

Laboratorio de Cinemática y Dinámica

Práctica 2

Movimientos rectilíneo y parabólico

Introducción

En esta práctica se pretende integrar los fenómenos de movimiento en el plano inclinado, el concepto de fricción seca, y el tiro parabólico, para realizar un estudio experimental de interés para el estudiante de la mecánica newtoniana.

1 Objetivos

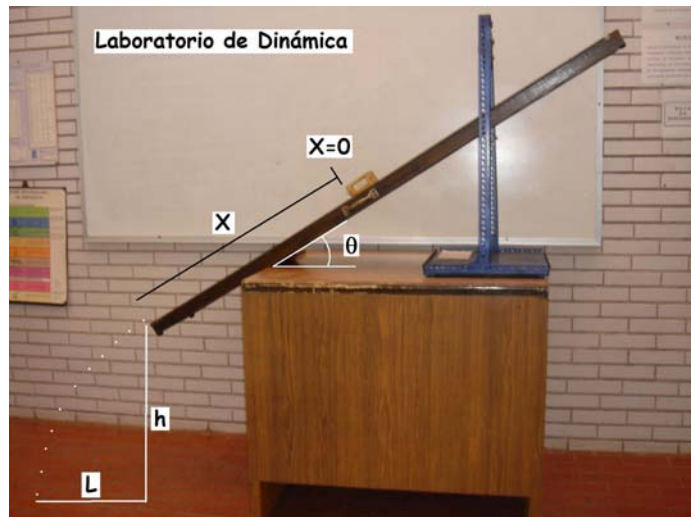
- 1 Determinar experimentalmente el valor numérico del coeficiente de fricción dinámica entre dos superficies en contacto mediante el empleo de la segunda ley de Newton.
- 2 Cuantificar indirectamente la rapidez instantánea de un cuerpo al final de la trayectoria rectilínea de un plano inclinado, por medio del análisis de dos movimientos:
 - a) rectilíneo uniformemente variado;
 - b) parabólico.
- 3 Realizar el análisis numérico y la presentación de resultados por medio de gráficas generadas con **Matlab**.

2 Equipo empleado

- 1 rampa de laminado plástico
- 2 bastidor
- 3 moneda de diez pesos
- 4 flexómetro
- 5 franela, hoja de papel, papel carbón
- 6 plomada.

3 Desarrollo

3.1 Con el equipo mencionado en el punto anterior, armar la configuración que se muestra en la siguiente figura.



3.2 Medir el ángulo θ que forma la rampa de laminado plástico con respecto a la horizontal, por medio de la medición de los catetos de un triángulo rectángulo formado por la rampa, la mesa y una vertical, así como también la altura h a la que se encuentra el extremo inferior de la rampa con respecto al piso.

$\theta =$ _____ (en grados sexagesimales)

$h =$ _____ (en metros).

A continuación, colocar la moneda en la posición que se indica a una distancia x_f (se sugiere mayor de un metro), y soltarlo para que deslice libremente sobre el plano hasta que alcance su extremo inferior; después de que la moneda abandone el plano en este punto, se observará que su movimiento corresponde a un tiro parabólico, en donde su velocidad de

salida \bar{v} y su alcance horizontal L , dependerán de la distancia x_f a la cual se soltó la moneda, y por último medir el alcance horizontal L .

3.3 Repetir el experimento anterior diez veces, para una misma distancia x_f hasta llenar la tabla siguiente:

$x_f = \text{--- m}$

L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6	L_7	L_8	L_9	L_{10}

Aclaración importante:

Se deberá tener cuidado de no mover la rampa cuando se realice el experimento, con el propósito de conservar constante tanto el ángulo θ como la altura h ; por otro lado el ángulo que se deberá seleccionar, tendrá que ser mayor que el ángulo de reposo ya que de lo contrario, no podrá deslizar la moneda sobre el plano.

4 Informe

Parte 1: Deducción de modelos matemáticos

4.1 Dibujar el diagrama de cuerpo libre de la moneda:

- cuando se mueve sobre el plano;
- después de abandonar al plano.

4.2 Con base en el inciso a) del punto anterior, aplicar la segunda ley de Newton y verificar que la magnitud de la aceleración cuando la moneda se mueve sobre el plano inclinado está dada por la ecuación:

$$|\bar{a}_p| = g(\sin \theta - \mu \cos \theta) \quad (1.1)$$

Del mismo modo, verificar que la magnitud de la aceleración del tiro parabólico inmediatamente después de abandonar el plano está dada por:

$$|\bar{a}_p| = g \quad (1.2)$$

y está orientada hacia abajo.

4.3 Con base en la ecuación 1.1 y considerando que en $x = 0$ se tiene $v = 0$, verificar que la rapidez de la moneda para cualquier valor de $x > 0$, está dada por la expresión:

$$v = \sqrt{2gx(\sin \theta - \mu \cos \theta)} \quad (1.3)$$

4.4 Con base en la ecuación 1.2, y localizando un marco xy de referencia cuyo origen esté fijo en el extremo inferior del plano y las orientaciones positivas de sus ejes señalen: eje x hacia la izquierda (con base en la figura del inciso 3.1) y eje y hacia arriba, verificar que las propiedades cinemáticas del cuerpo, desde que abandona el plano hasta que choca contra el piso, están dadas por las ecuaciones vectoriales¹:

$$\begin{aligned} \bar{a}_p &= -g \hat{j} \\ \bar{v} &= (v_0 \cos \theta) \hat{i} - (gt + v_0 \sin \theta) \hat{j} \\ \bar{r} &= (v_0 t \cos \theta) \hat{i} - \left(\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \sin \theta \right) \hat{j} \end{aligned}$$

4.5 A partir de las ecuaciones anteriores y teniendo presente que se conocen, el ángulo θ , la altura h y el alcance L , verificar que la rapidez de salida de la moneda del plano inclinado está dada por la expresión:

$$v_0 = \frac{L}{\cos \theta} \sqrt{\frac{g}{2(h - L \tan \theta)}} \quad (1.4)$$

4.6 Dado que la rapidez de la moneda en el momento de abandonar el plano, puede ser calculada con la ecuación 1.3 ó 1.4, verificar que el coeficiente de fricción cinética μ en términos de variables conocidas está dado por la ecuación:

$$\mu = \tan \theta - \frac{L^2}{(h - L \tan \theta)(4x_f \cos^3 \theta)} \quad (1.5)$$

¹ Estas ecuaciones son válidas para $t \geq 0$, considerando que en $t = 0$ la moneda, abandona justamente el extremo inferior del plano inclinado.

Parte 2: Presentación de resultados

4.7 Con el valor promedio de L correspondiente a la tabla obtenida y los valores registrados de θ , h y x_f , calcular con la ecuación 1.5 el coeficiente de fricción cinética entre el cuerpo y el plano:

$$\mu = \underline{\hspace{2cm}}$$

4.8 Con los valores de μ , θ , h , L y x_f , determinar la rapidez de la moneda en el momento de abandonar el plano, a partir:

a) de la ecuación 1.3, $v_0 = \underline{\hspace{2cm}}$

b) de la ecuación 1.4, $v_0 = \underline{\hspace{2cm}}$

y con los valores obtenidos, calcular el porcentaje de diferencia que tienen estas dos cantidades, por medio de la ecuación:

$$\%D = \frac{|v_0 - v|}{v_0} \times 100 \quad \%D = \underline{\hspace{2cm}}$$

4.9 Si en $t = 0$, se suelta la moneda sobre el plano, determinar el tiempo t_1 en el que lo abandona, así como también, el instante t_2 en el que choca contra el piso:

$$t_1 = \underline{\hspace{2cm}} \quad t_2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

4.10 Obtener las siguientes gráficas, mediante el empleo de **Matlab**:

- La magnitud de la aceleración, teniendo como dominio el vector $t=[0, t_2]$;
- la rapidez, teniendo como dominio el vector $t=[0, t_2]$; para su trazo, primero establecer un vector de tiempo t_p de 0 a t_1 , y a partir de la expresión (1.1) obtener el vector de rapidez en el plano inclinado, v_p , en función de t_p ; posteriormente, a partir de la expresión de la velocidad para el tiro parabólico, obtener la rapidez en dicho tiro, v_t , como la magnitud de la velocidad citada, para un vector de tiempo t_t , de 0 a $t_2 - t_1$;
- la rapidez, teniendo como dominio el vector $[0, x_f]$.

5 Conclusiones, sugerencias y comentarios

6 Bibliografía

- 1 **Mecánica teórica**, Serie Schaum, Murray Spigel.
- 2 **Mecánica Vectorial para Ingenieros**, Tomo 2, Dinámica, Beer & Johnston.

Notas

Facultad de Ingeniería, UNAM

*Laboratorio de Mecánica, DCB,
septiembre de 2008*

HSM y YMK