



SUBTEMA: SUMA Y COMPOSICIÓN DE TRANSFORMACIONES

Problema 1: Sean las transformaciones $T: R^3 \rightarrow R^3$, $S: R^3 \rightarrow R^3$ y $U: R^3 \rightarrow R^3$, definidas por:

$$T(x, y, z) = (x - y + 2z, 3x + y + 4z, 5x - y + 8z)$$

$$S(x, y, z) = (-x + 2y + z, 2x - 4y - 2z, -3x + 6y + 3z)$$

$$U(x, y, z) = (x + y, x - y, 2x + 3y)$$

Determinar:

(a) La transformación $N = (T + 2U) \circ S$.

(b) La matriz asociada con la transformación N .

SOLUCIÓN:

(a) • Suma $T + 2U$ de las transformaciones T y $2U$:

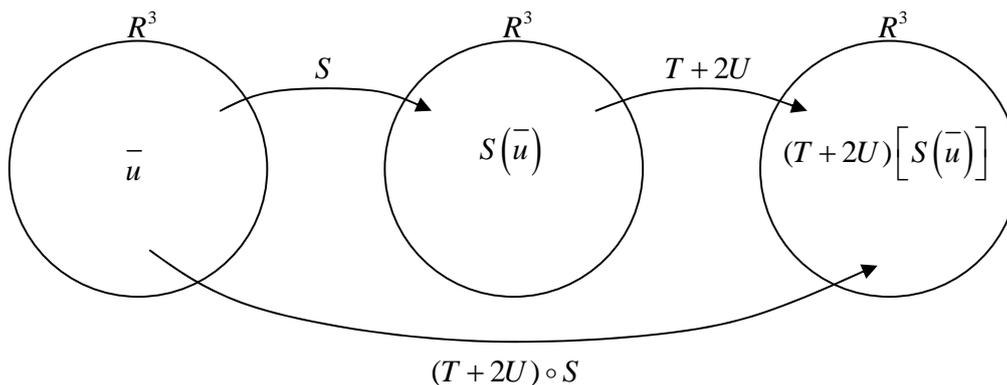
$$T(x, y, z) = (x - y + 2z, 3x + y + 4z, 5x - y + 8z)$$

$$2U(x, y, z) = (2x + 2y, 2x - 2y, 4x + 6y)$$

$(T + 2U)(x, y, z) = (3x + y + 2z, 5x - y + 4z, 9x + 5y + 8z)$

← Nueva transformación $T + 2U$

• La composición $N = (T + 2U) \circ S$ pedida es esquemáticamente:



• Se propone el vector $\bar{u} = (x, y, z) \in R^3$ y se calculan sus imágenes como sigue:

$$S(\bar{u}) = (-x + 2y + z, 2x - 4y - 2z, -3x + 6y + 3z)$$



PROBLEMAS RESUELTOS
ÁLGEBRA LINEAL
TEMA 3. TRANSFORMACIONES LINEALES



$$\begin{aligned}(T+2U)[S(\bar{u})] &= (-3x+6y+3z+2x-4y-2z-6x+12y+6z, \\ &\quad -5x+10y+5z-2x+4y+2z-12x+24y+12z, \\ &\quad -9x+18y+9z+10x-20y-10z-24x+48y+24z) \\ (T+2U)[S(\bar{u})] &= (-7x+14y+7z, -19x+38y+19z, -23x+46y+23z)\end{aligned}$$

- Finalmente, la regla de correspondencia de la transformación N pedida es:

$$N = ((T+2U) \circ S)(x, y, z) = (-7x+14y+7z, -19x+38y+19z, -23x+46y+23z)$$

- (b) • La matriz asociada $M(N)$ con la transformación N anterior se obtiene como sigue:

- El dominio es $R^3 = \{(x, y, z) \mid x, y, z \in \mathbb{R}\}$, y su base canónica es:

$$B_{\text{canonica}} \text{ de } R^3 = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$$

- Las imágenes de los vectores de la base canónica anterior son:

$$\begin{aligned}N(1, 0, 0) &= (-7, -19, -23) \\ N(0, 1, 0) &= (14, 38, 46) \\ N(0, 0, 1) &= (7, 19, 23)\end{aligned}$$

- Las imágenes anteriores escritas como columnas, constituyen las columnas de la matriz buscada:

$$M(N) = \begin{bmatrix} -7 & 14 & 7 \\ -19 & 38 & 19 \\ -23 & 46 & 23 \end{bmatrix}$$

← Matriz asociada con la transformación $N = (T+2U) \circ S$