

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO



FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS
BOLETÍN DEL DEPARTAMENTO
DE MECÁNICA



SEMESTRE 2000-2

Nº1

MARZO DE 2000

DIAGRAMAS DE CUERPO LIBRE ¿Puede dibujarlos cualquiera?

*Ing. Juan Ocáriz Castelazo
Profesor Definitivo de Estática,
Cinemática y Dinámica
División de Ciencias Básicas
Facultad de Ingeniería, UNAM.*

Los diagramas de cuerpo libre son un instrumento fundamental en el estudio de la Mecánica. La resolución de los problemas, tanto de Estática como de Dinámica, comienza con la elaboración de uno de estos diagramas. Cuando Newton menciona la palabra "fuerza" al enunciar sus Leyes, en especial la Segunda, se refiere a la resultante del sistema que actúa sobre un cuerpo. Y por ello resulta imprescindible determinar, mediante un diagrama de cuerpo libre, qué cuerpo es el que se está estudiando y cuáles son sus límites. Si, según el viejo adagio griego, *quien bien comienza tiene la mitad hecha*, un buen diagrama es medio problema resuelto.

La naturaleza de los diagramas de cuerpo libre es muy simple. Se trata de un dibujo que representa el cuerpo en estudio, en el que se señalan sus características geométricas y las fuerzas externas que actúan sobre él.

Se llaman de cuerpo *libre* porque debe dibujarse sólo el cuerpo en estudio, aislado del resto. Y una de las claves en su correcta elaboración es la palabra “externas”: un diagrama de cuerpo libre de ningún modo incluye todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo, sino solamente las que otros cuerpos ejercen sobre él.

Puesto que las fuerzas que obran sobre un cuerpo solamente pueden ser ejercidas por otro cuerpo, no hace falta una especial perspicacia para determinar cuáles son las fuerzas externas que deben representarse en un diagrama de cuerpo libre. Además, las fuerzas se ejercen por contacto o a distancia. Pero las que se ejercen a distancia o son gravitatorias o son magnéticas. O sea que, además del peso de un cuerpo, sólo aparecen fuerzas en los contactos del cuerpo en estudio con los otros cuerpos.

Lo que hemos dicho en los párrafos anteriores debería bastar para la elaboración de los diagramas. Pero, para facilitar el discernimiento de su corrección, vamos a abundar un poco sobre el tema. La representación de las acciones externas debe ser completa; las fuerzas deben mostrarse con su magnitud, dirección (incluido su sentido), y posición; y los pares con su magnitud y sentido. Conviene tener presente que no hay una sola forma de representar un cuerpo ni las acciones externas; puede preferirse una determinada opción sobre otras. En la Fig. 1 se presentan tres diagramas correctos del mismo cuerpo, de 90 kg de peso, colocado sobre una superficie rugosa y empujado por una persona.

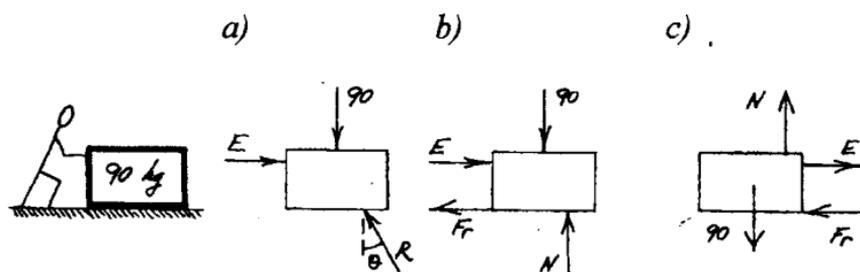


Figura 1

El cuerpo en estudio, que es la caja, está en contacto sólo con el piso y con la persona que lo empuja. Por tanto, únicamente aparecerán dos acciones en el diagrama de cuerpo libre, además de la acción a distancia que la tierra ejerce, y que llamamos peso. Como la reacción de la superficie sobre la caja es desconocida, conviene representarla descompuesta ortogonalmente.

En el diagrama *a* se representa la reacción de la superficie en una dirección desconocida; en los diagramas *b* y *c* aparecen sus componentes ortogonales. Los tres diagramas son equivalentes. Las diferencias entre los diagramas *b* y *c* consisten en que las fuerzas se han deslizado sobre sus líneas de acción. Y sabemos, por el *Teorema de la transmisibilidad*, que una fuerza puede deslizarse sobre su línea de acción sin que se alteren los efectos externos que produce.

Si las superficies en contacto de nuestro ejemplo fueran lisas, no aparecería la fuerza F_r , que es la fuerza de fricción. La fuerza de fricción se genera entre superficies rugosas cuando tienden a sufrir un deslizamiento relativo, y es componente tangencial de la reacción de cada una de las superficies sobre la otra.

Las conexiones más frecuentes entre dos cuerpos, tales como el apoyo libre o simple, el apoyo fijo, la articulación, el collarín, los pernos, el empotramiento, etc. suelen dibujarse como se muestra en la Fig. 2, tanto en los textos como en las clases de Mecánica.

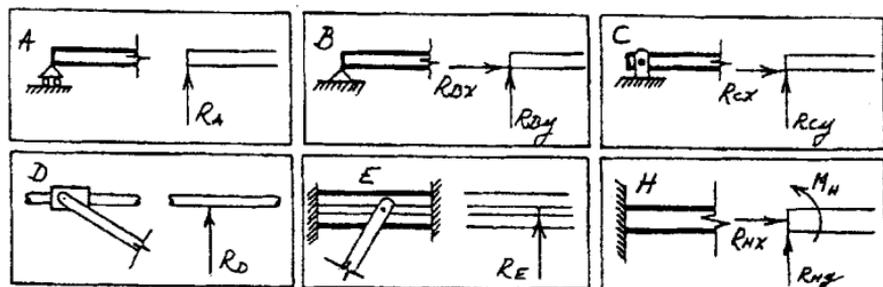


Figura 2

Al lado de cada una de ellas hemos señalado una posible forma de representarlas en los diagramas de cuerpo libre. Lo importante es tener en cuenta el número de fuerzas desconocidas que esconde cada una: en el apoyo simple y en las guías y las ranuras lisas sólo hay una incógnita; en el apoyo fijo y en la articulación, dos; en el empotramiento hay tres. La única incógnita del apoyo libre es la magnitud de la reacción, puesto que su dirección es normal (*i.e.* perpendicular) a la superficie. Las dos incógnitas de las articulaciones son la magnitud y la dirección de la reacción, que se pueden representar como en el diagrama *c* de la figura anterior, o como dos componentes, como aquí. La reacción del empotramiento está formada por una fuerza, de magnitud y dirección desconocidas, y un par de fuerzas cuya magnitud es desconocida.

Es conveniente mostrar con claridad cuáles son los datos y cuáles las incógnitas. Si, por ejemplo, se conoce el peso del cuerpo en estudio, conviene señalarlo en el diagrama, en vez de escribir una letra. Las letras, en cambio, sirven muy bien como incógnitas. Dibujemos, para ilustrar esto, un diagrama de cuerpo libre de los cilindros y las barras del conjunto en reposo de la figura 3. Nótese que la cuerda sólo es capaz de producir sobre otros cuerpos una tensión en su propia dirección. Y que las reacciones sobre las superficies circulares, puesto que no hay ninguna tendencia al deslizamiento relativo, se dirigen hacia el centro de la curva. Es especialmente importante tener en cuenta lo que establece la Tercera Ley de Newton: que a toda acción corresponde una reacción igual y contraria; o sea, que si el cilindro Q ejerce una fuerza R_3 sobre el cilindro H , entonces el cilindro H ejerce sobre el Q otra fuerza de magnitud R_3 . Hemos dibujado esa fuerza en dos diferentes sentidos, según el cuerpo de que se trate. Su correcta representación en los diagramas de cuerpo libre es imprescindible para la resolución de los problemas.

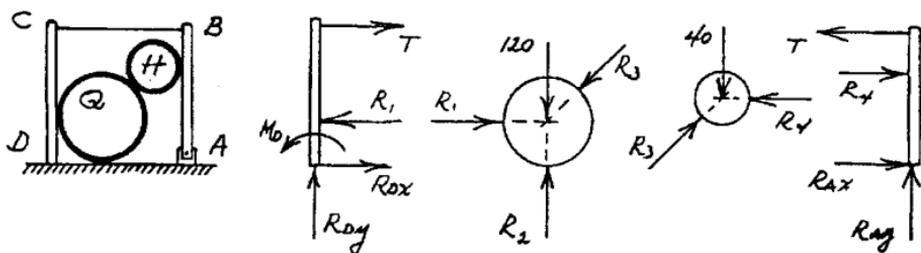


Figura 3

Hemos dicho que las cuerdas producen tensiones. Por *tensión* entendemos tanto una acción que tiende a alargar la longitud de un cuerpo, como al esfuerzo correspondiente. A la acción contraria la llamamos *compresión*, así como al esfuerzo que sufre el cuerpo por su causa.

La realidad es compleja. La determinación de cuál cuerpo —porción limitada de materia— se debe estudiar, y cuáles son sus límites, no es fácil. Pero como depende de las fuerzas que deseamos investigar, es preciso tener en cuenta que tales fuerzas aparecen en los contactos entre los cuerpos, y habrá que elegir alguno de los cuerpos en contacto.

Si el cuerpo en estudio está en contacto con una superficie rugosa, puede encontrarse en uno de los tres siguientes casos: deslizando sobre ella, a punto de deslizar, o sin deslizar. Conforme a las Leyes de fricción en seco de Coulomb y Morin, si hay deslizamiento entre el cuerpo y la superficie, la fuerza de fricción tiene una magnitud igual al producto de la magnitud de la componente normal por el coeficiente de fricción cinética (*vid.* Fig. 4, *a*). Si el deslizamiento está a punto de producirse, la fuerza es la de fricción estática máxima, y su intensidad es igual al producto de la magnitud de la normal por el coeficiente de fricción estática (*vid.* inciso *b*). Si no hay deslizamiento, ni está a punto de producirse, el valor de la fuerza de fricción será menor al de la fuerza de fricción estática máxima (*vid.* inciso *c*).

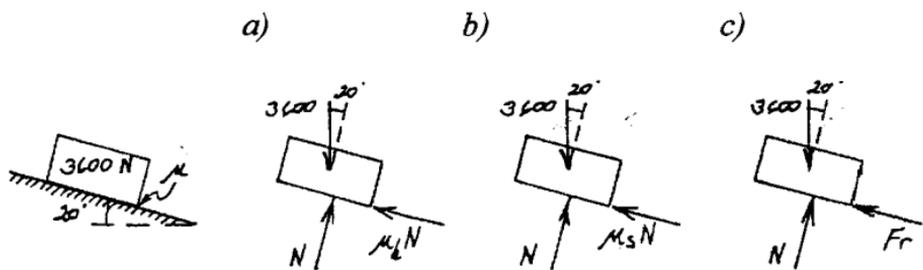


Figura 4

En muchas ocasiones, los pesos de algunos miembros involucrados en un problema son despreciables. En estos casos, dichos miembros están en equilibrio, independientemente de cualquier movimiento que sufran. Hay que tener en cuenta que si el peso es despreciable, también lo es la masa; y que si la masa es despreciable, la resultante del sistema de fuerzas que actúa sobre el cuerpo, conforme a la Segunda Ley de Newton, es nula: $\Sigma F = ma$; $m = 0$; $\Sigma F = 0$. Dibujemos, para dar un ejemplo, los diagramas de los cuerpos del conjunto de la Fig. 5, suponiendo despreciables las masas de las poleas y de la cuerda. No sabemos si los cuerpos *A* y *D* están o no en equilibrio.

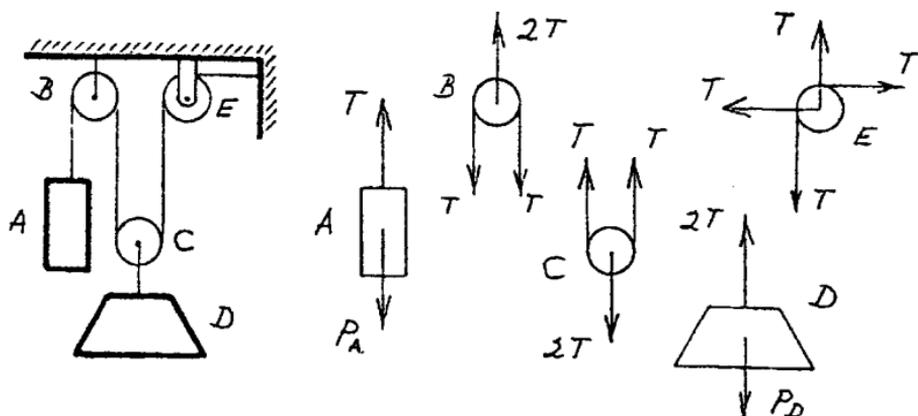


Figura 5

Si los cuerpos *A* y *D* estuvieran en equilibrio, sus diagramas de cuerpo libre quedarían así (Fig. 6):

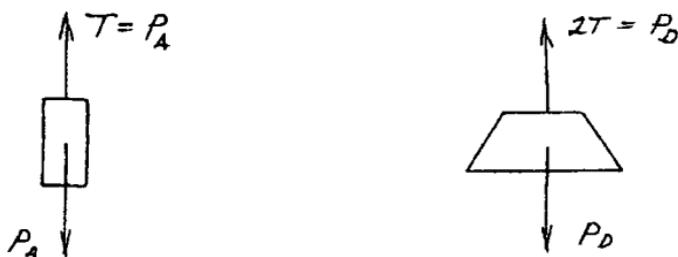


Figura 6

El teorema del *Cuerpo sujeto a dos fuerzas* se necesita para la elaboración de algunos diagramas. Dicho teorema establece que *si un cuerpo en equilibrio está sujeto a la sola acción de dos fuerzas, tales fuerzas son colineales, de la misma magnitud y de sentido contrario*. Pensemos en el mecanismo que se muestra en la Fig. 7, suponiendo despreciables los pesos de las barras, de la polea y de la cuerda; intente dibujar el diagrama de cuerpo libre la barra *BC*.

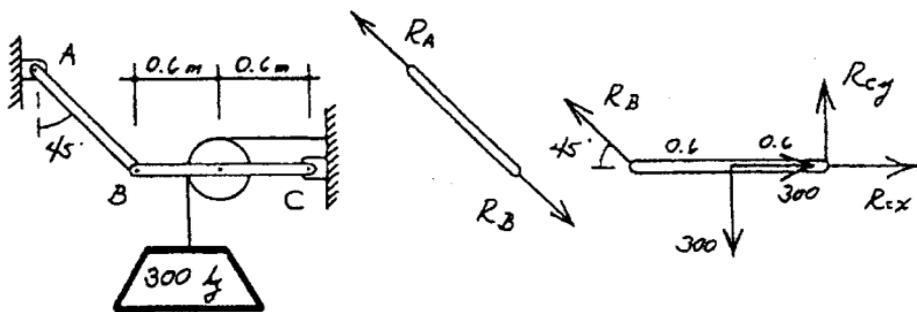


Figura 7

Observe que la dirección de R_B es la dirección de la barra *AB*, puesto que dicha barra es un cuerpo sujeto a dos fuerzas. ¿Por qué en el perno del eje de la polea han aparecido esas dos fuerzas de 300 kg? Podremos contestar si dibujamos el diagrama de cuerpo libre de la polea (*vid.* Fig. 8).

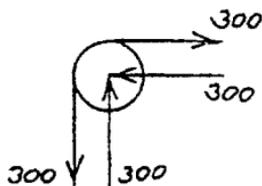
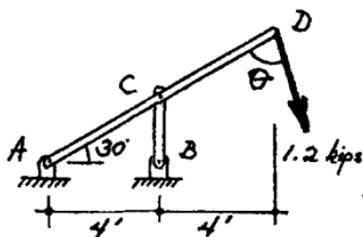


Figura 8

Si un cuerpo en equilibrio está sujeto a la sola acción de tres fuerzas y dos de ellas son concurrentes, la tercera también es concurrente; si dos de ellas son paralelas, la tercera también es paralela. Es el teorema del Cuerpo sujeto a tres fuerzas. Su aplicación también puede requerirse para el dibujo correcto de los diagramas. Por ejemplo: suponiendo despreciables los pesos de las barras de la ménsula de la figura 9, dibujar el diagrama de cuerpo libre de la barra AB si: a) el ángulo θ es de 90° ; b) el ángulo θ es de 60° .

a)



b)

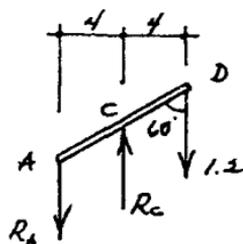
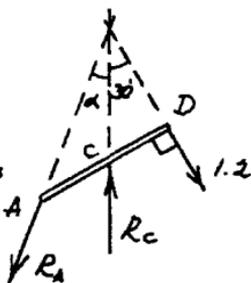


Figura 9

En el ejemplo anterior dibujamos la barra AD como cuerpo en estudio. Pero también hubiéramos podido dibujar el conjunto de las dos barras como un solo cuerpo, tal como puede apreciarse en la Fig. 10.

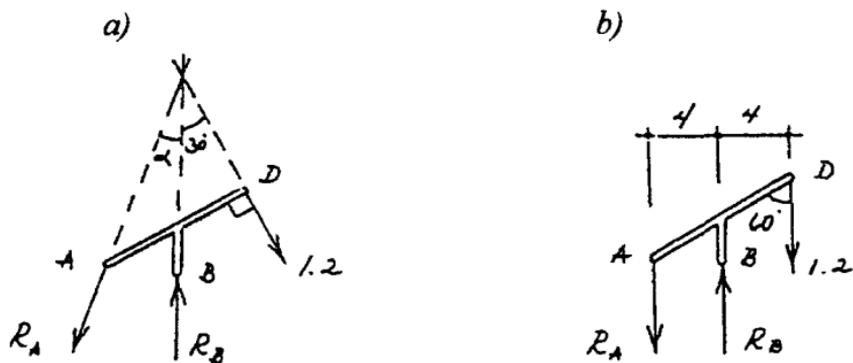


Figura 10

Vamos a dar otros ejemplos de diagramas de cuerpo libre, sobre todo para resaltar que representan tanto a cuerpos en equilibrio —en reposo o con movimiento rectilíneo uniforme— como a cuerpos acelerados. Y también para mostrar cómo un diagrama puede representar distintas condiciones mecánicas.

Pensemos en un péndulo simple y en uno cónico (vid. Fig. 11, *a* y *b*, respectivamente). El diagrama de cuerpo libre de ambos es el que está dibujado en el lado derecho de la misma figura.

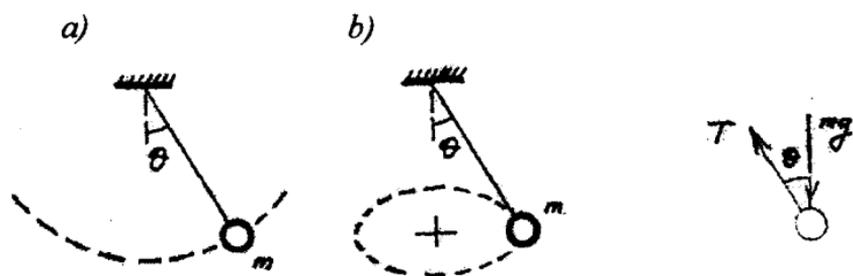


Figura 11

Sin embargo, como la dirección de la aceleración en cada caso es diferente, conviene elegir sistemas de referencia diferentes. En el caso del péndulo simple, el eje normal tiene la dirección de la cuerda; en el del péndulo cónico, es horizontal

(*vid.* Fig 12). En este último caso, además, el eje tangencial es perpendicular al plano del papel.



Figura 12

Vayamos al caso de una pelota arrojada por un niño. Como su velocidad en cualquier instante es baja, se puede despreciar la resistencia del aire. Si el niño la deja caer, si la lanza verticalmente hacia arriba, o si la arroja formando un cierto ángulo agudo respecto a la horizontal, el diagrama de cuerpo libre de la pelota es el dibujado en la parte derecha de la Fig. 13. Además, no importa si la pelota asciende o desciende.

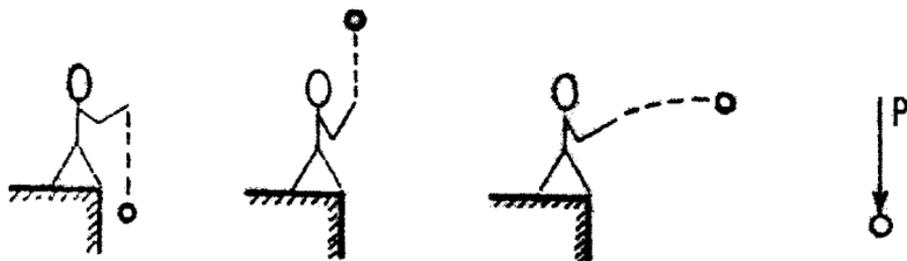


Figura 13

No siempre la resistencia del aire es despreciable. Dibujemos el diagrama de una pipa de peso P subiendo por una carretera inclinada 10° . Y el de un avión acelerando sobre la pista y luego ascendiendo en el aire (Fig. 14).

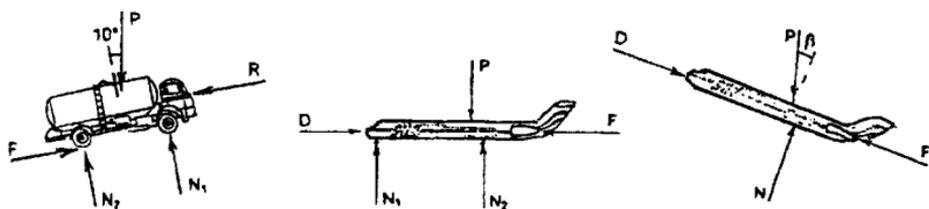
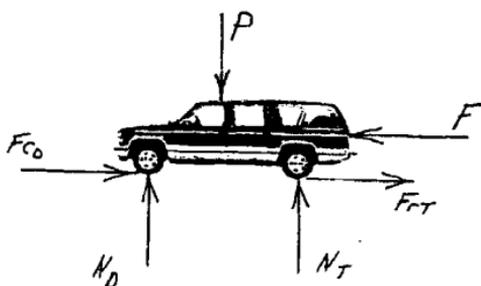


Figura 14

Obsérvense, particularmente, las reacciones del pavimento sobre las llantas del camión y sobre las del avión. En el caso del camión, aparece una fuerza tangencial o de fricción ocasionada por la tracción de alguno de los ejes sobre la carretera, pero no aparece en el diagrama del avión, puesto que el empuje lo causa la acción de las turbinas sobre el aire. Además, las masas de las llantas, en estos dos casos y en casi todos, son despreciables. Un error frecuente consiste en dibujar una fuerza de fricción entre las llantas y el pavimento, en sentido contrario de la velocidad, como en el ejemplo siguiente (inciso *a* de la Fig. 15). En el inciso *b* hemos dibujado el diagrama correcto de la camioneta, acelerando hacia la izquierda.

a) Diagrama incorrecto



b) Diagrama correcto

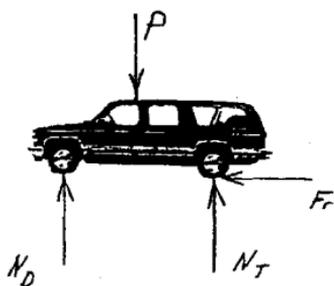


Figura 15

Es inadmisibles que la acción del pavimento sobre una llanta tenga a la vez dos sentidos opuestos.

Por si sirve para dibujar otros diagramas, mostraremos en la Fig. 16 cuáles son los dibujos correctos de las llantas delantera y trasera de la camioneta del ejemplo anterior, suponiendo tracción trasera y despreciables, como es usual, sus masas.

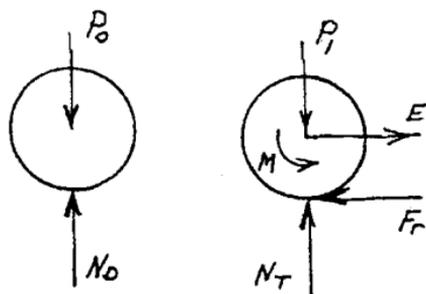


Figura 16

Casi siempre es necesario o conveniente añadir al diagrama un sistema de referencia. De su elección depende la dirección de las componentes de las fuerzas desconocidas, pero no forma parte del diagrama de cuerpo libre, como en el ejemplo de los péndulos que dimos más arriba (*vid.* Fig 12).

Los errores que pueden cometerse al dibujar los diagramas de cuerpo libre son muchos y variados, a pesar de la simplicidad de este instrumento. Y puesto que el estudio de la patología puede ayudar a evitar algunas fallas, señalaremos algunos errores frecuentes. Uno es dibujar otros cuerpos que están en contacto con el cuerpo en estudio. Otro, cambiar la orientación del cuerpo, pues lo que se debe inclinar es el sistema de referencia. Y, uno más, casi absurdo, es no dibujar el cuerpo en estudio, sino solamente las fuerzas que actúan sobre él. Los diagramas *a*, *b* y *c* de la Fig. 17 muestran estos tres errores, si se está intentando representar el cuerpo de 450 N colocado sobre el plano inclinado.

Diagramas incorrectos

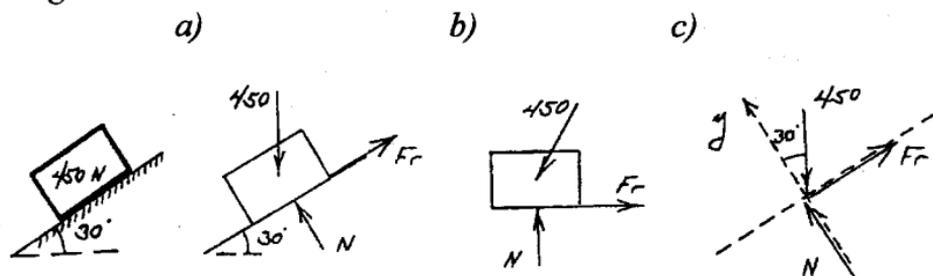


Figura 17

Los números o letras que acompañan a las fuerzas representan su magnitud. Por eso, en la Fig. 3, R_2 , R_3 y R_4 son las magnitudes de tales acciones, tanto si las ejerce un primer cuerpo sobre un segundo o viceversa. Resultaría complicado y confuso designar con $R_{H/E}$ a la fuerza que ejerce H sobre E y $R_{E/H}$ a la que ejerce E sobre H , puesto que se trata de una misma acción considerada desde distintos puntos de vista.

Algunos, poco expertos, incluyen vectores, como velocidades o aceleraciones, que no son fuerzas. Hay quienes parece que suponen que el cuerpo tiene memoria de una acción que sufrió antes del instante en estudio. Otros dibujan fuerzas internas. Los diagramas *a* y *b* de la Fig. 18, que se refieren a la pelota arrojada por un niño (Cfr. Fig. 13), representan los dos primeros errores; el *c*, el tercero.

Diagramas incorrectos

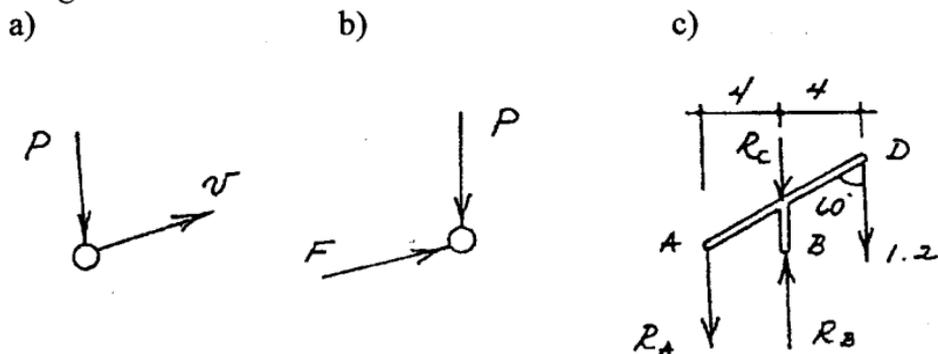


Figura 18

Error frecuente, y último que mencionaremos, es considerar en equilibrio cuerpos que no lo están. Veamos el caso de dos cuerpos, A colocado sobre B, y éste sobre un plano inclinado (Fig. 19, a). Supondremos que todas las superficies son lisas. De primer intento se podría dibujar un diagrama como el del inciso b de la misma Fig. 19, pero sería falso, pues el cuerpo está sufriendo una aceleración en sentido vertical y el diagrama correcto es el del inciso c.

a) b) Diagrama incorrecto c) Diagrama correcto

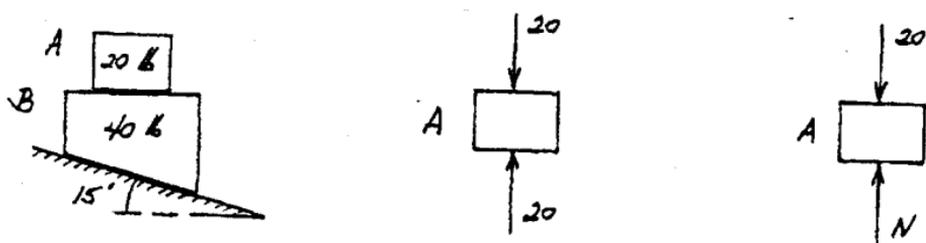


Figura 19

Aun conociendo el diagrama correcto del primer cuerpo (Fig. 19, c), no sería difícil hallar quien dibujara, incorrectamente, el diagrama de B como en el inciso a de la Fig. 20, argumentando que sobre él actúa el peso del cuerpo A. El argumento es por demás falaz, pues el peso es una acción de la tierra sobre el cuerpo. En el inciso b se presenta correctamente dibujando el diagrama.

a) Diagrama incorrecto b) Diagrama correcto

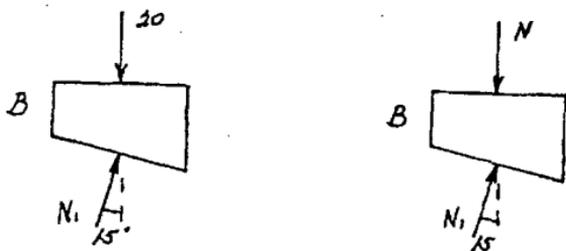


Figura 20

Hemos insistido en que los diagramas de cuerpo libre son un instrumento importante y sencillo para el estudio de la Mecánica y para la resolución de problemas. Es verdad. Pero no podemos ignorar que su confección implica bastantes antecedentes teóricos, tales como el conocimiento de las manifestaciones del equilibrio de los cuerpos, la Tercera Ley de Newton, las características de una fuerza, las características de los pares de fuerzas; varios teoremas, como el de la transmisibilidad de las fuerzas, del Cuerpo sujeto a dos fuerzas, del Cuerpo sujeto a tres fuerzas; las condiciones analíticas de un cuerpo en equilibrio, las Leyes de fricción, etc. Y, en el caso de los problemas de Dinámica, además de todos los antecedentes mencionados, se requiere el reconocimiento de las direcciones normal y tangencial del movimiento de una partícula, y del tipo de movimiento, traslación pura, rotación pura o plano general, del cuerpo rígido.

Propondremos, para terminar, dos casos. Los pesos propios de las barras articuladas del marco de la Fig. 19 son despreciables. ¿Es correcto el diagrama de cuerpo libre que se presenta en la parte derecha? ¿Por qué?

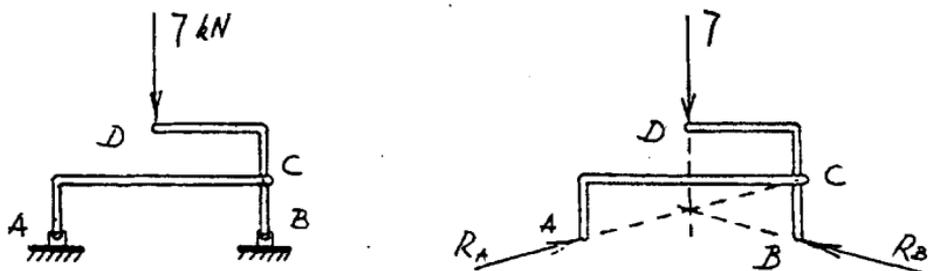
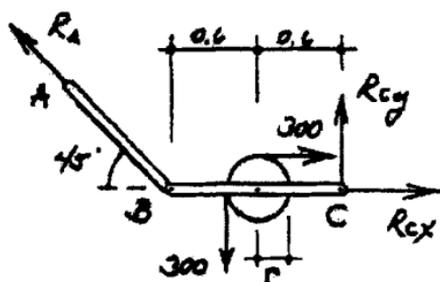
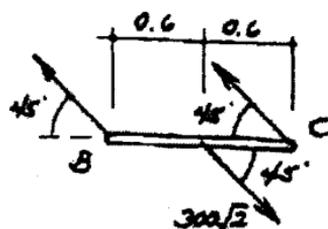


Figura 21

Los diagramas de cuerpo libre que aparecen en la figura 22 corresponden al dispositivo de la Fig. 7. ¿Cuál de ellos está correctamente dibujado? ¿Acaso los dos? ¿Por qué?



a) Las dos barras y la polea



b) La barra BC

Figura 22

Evidentemente, para juzgar sobre la corrección o incorrección de estos dos diagramas tendrá que argumentar, amable lector, con razones que aparezcan a lo largo del artículo.

Bibliografía

Beer, Ferdinand P. y Johnston Jr., E. Russell. *Mecánica Vectorial para Ingenieros*. Mc Graw Hill. México, 1996.

Meriam, J. L. *Engineering Mechanics: Statics and Dynamics*. John Wiley & Sons. New York, 1980.

Huang, T. C. *Mecánica para Ingenieros. Estática*. Representaciones y servicios de ingeniería, S. A. México, 1982.

Solar González, Jorge. *Cinemática y Dinámica Básicas para Ingenieros*. Editorial Trillas. México, 1998.

Edición

César Manuel Báez Rojano