Determinar la naturaleza de los puntos críticos de la función $f(x, y) = e^{6\,x\cdot y}$. [Primer examen parcial "A" 2015-1 Problema 1]

$f1 := e^{6\cdot x\cdot y}$

$$e^{6\,x\,y} \tag{1}$$

Solución:
En los puntos críticos, las primeras derivadas parciales son 0:

Primer derivada parcial de la función respecto de 'x'
$ec1 := diff(f1, x)$

$$6\,y\,e^{6\,x\,y} \tag{2}$$

Primer derivada parcial de la función respecto de 'y'
$ec2 := diff(f1, y)$

$$6\,x\,e^{6\,x\,y} \tag{3}$$

Igualamos la ecuación 1 y la ecuación 2 a 0, y resolvemos el sistema de ecuaciones:
$solve(\{ec1, ec2\}, \{x, y\})$

$$\{x = 0, y = 0\} \tag{4}$$

Como $e^{6\cdot x\cdot y} \neq 0$ para cualesquiera valores de 'x' y de 'y', la única solución al sistema es cuando $x = y = 0$.

Las segundas derivadas de la función son:

Segunda derivada parcial respecto de 'x'
$diff(ec1, x)$

$$36\,y^2\,e^{6\,x\,y} \tag{5}$$

Segunda derivada parcial de $ec2$ respecto de 'y'
$diff(ec2, y)$

$$36\,x^2\,e^{6\,x\,y} \tag{6}$$

Segunda derivada parcial de $ec1$ respecto de 'y'
$diff(ec1, y)$

$$6\,e^{6\,x\,y} + 36\,y\,x\,e^{6\,x\,y} \tag{7}$$

Segunda derivada parcial de $ec2$ respecto de 'x'
$diff(ec2, x)$

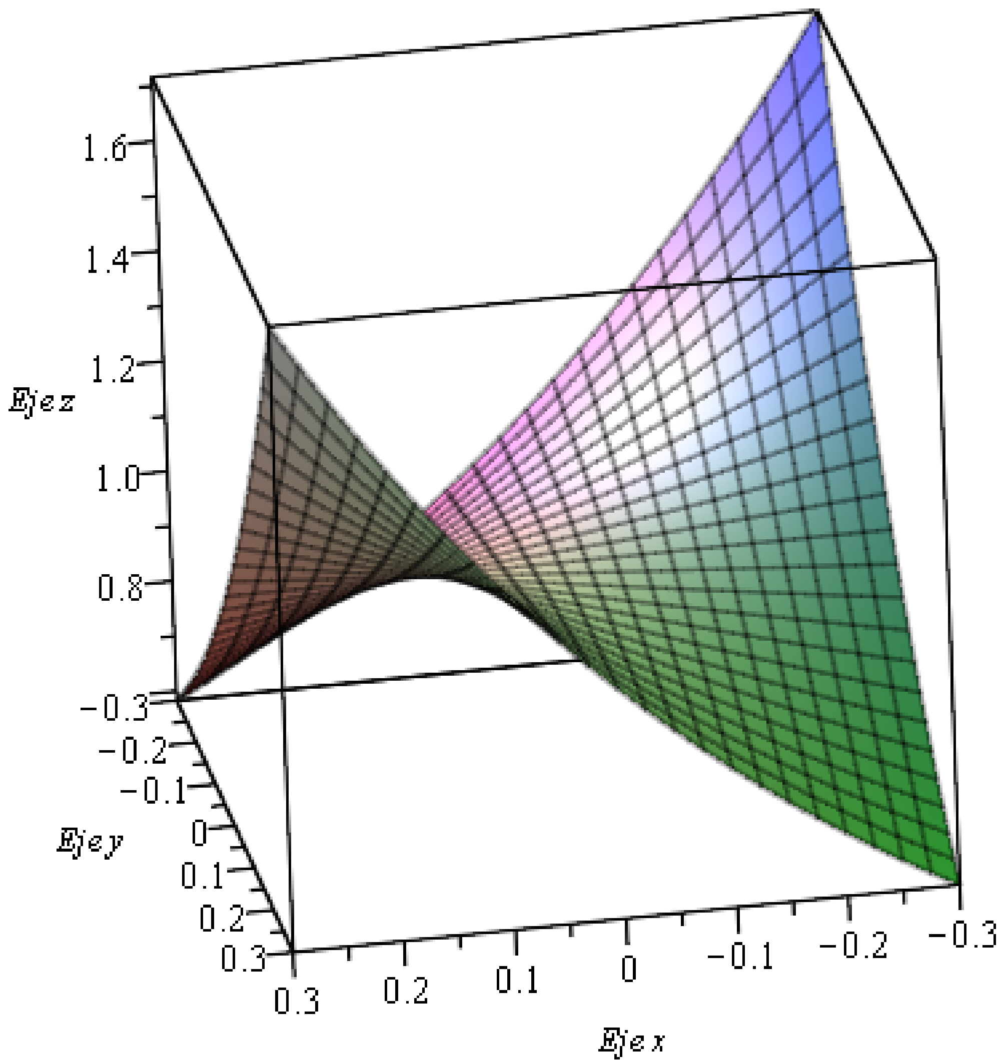
$$6\,e^{6\,x\,y} + 36\,y\,x\,e^{6\,x\,y} \tag{8}$$

Se evalúa D(x,y) con las derivadas parciales para determinar la naturaleza del punto crítico.
D(x,y)=$F_{xx} * F_{yy} - (F_{xy})^2$

El valor del discriminante en el origen es
$D(0, 0) = 0\cdot 0 - (6)^2 = -36 < 0.$

Por lo tanto, el origen es el único punto crítico y es un punto silla.

Su gráfica es la siguiente:
$g1 := plot3d(f1, x = -0.3..0.3, y = -0.3..0.3, labels = ['Eje\ x', 'Eje\ y', 'Eje\ z'])$



1.6
1.4
1.2
Eje z
1.0
0.8
−0.3
−0.2
−0.1
Eje y
0
0.1
0.2
0.3
0.3
0.2
0.1
0
−0.1
−0.2
−0.3
Eje x