

10. Sea X la variable aleatoria que denota la vida en horas de cierto componente electrónico, su función de densidad de probabilidad es:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{20000}{x^3}; & x > 100 \\ 0; & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Para la variable aleatoria X, obtenga:

a) El valor de la media, la mediana y la moda.

b) El valor de la variancia.

c) El valor del coeficiente de curtosis y el valor del coeficiente de sesgo, así como el significado de cada uno de ellos.

RESOLUCIÓN

a) media

$$\mu_X = \int_{100}^{\infty} x \cdot \left(\frac{20000}{x^3} \right) dx$$

$$\mu_x = 200 \quad (1)$$

mediana

with(plots) :

restart

assume(x > 0)

$$\int_{100}^x \frac{20000}{t^3} dt = \frac{1}{2};$$

$$\frac{x^2 - 10000}{x^2} = \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2}x^2 = 10000$$

$$\frac{1}{2}x^2 = 10000 \quad (3)$$

$$x = \text{evalf}(\sqrt{20000})$$

$$x \approx 141.4213562 \quad (4)$$

Por lo tanto no existe la mediana.

Para la moda

restart;

$$f'(x) = \frac{d}{dx} \frac{20000}{x^3}$$

$$\frac{d}{dx} f(x) = -\frac{60000}{x^4} \quad (5)$$

Por lo tanto, no existe la moda

b)

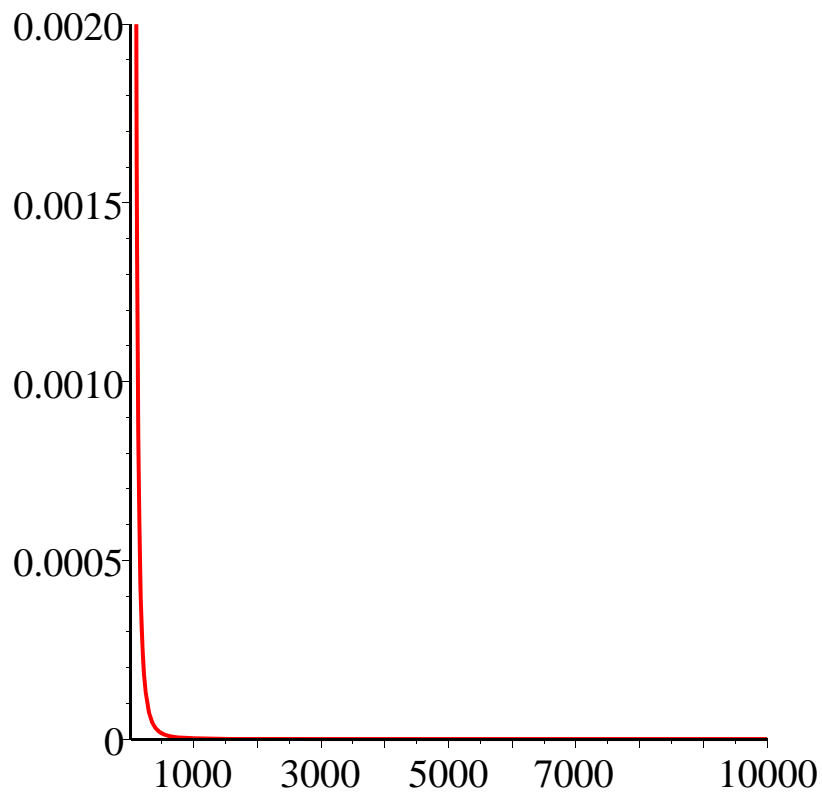
$$\text{Var}(X) = \int_{100}^{\infty} \frac{20000}{x^3} \cdot (x - 20)^2 dx$$

$$\text{Var}(x) = \infty \quad (6)$$

$$y := x \rightarrow \frac{2000}{x^3}$$

$$x \rightarrow \frac{2000}{x^3} \quad (7)$$

`plot(y, 100..10000)`



c) La curtosis y el sesgo no se pueden calcular dado que no existe varianza