

8. Suponga que el error en la temperatura de reacción (en grados Celsius), para un experimento de laboratorio es una variable aleatoria X que tiene la función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{8} + \frac{3x}{8}; & 0 \leq x \leq 2 \\ 0; & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- Construya la gráfica de la función de densidad.
- Obtenga el valor promedio del error en la temperatura de reacción del experimento.
- Si el error en la temperatura de reacción del experimento genera una pérdida de: $100 + x$ pesos, si $X < 1$ y $200 + 5x$ si $X \geq 1$, entonces obtenga la pérdida que se espera tener al realizar el experimento.
- Obtenga la desviación estándar de la variable aleatoria X .

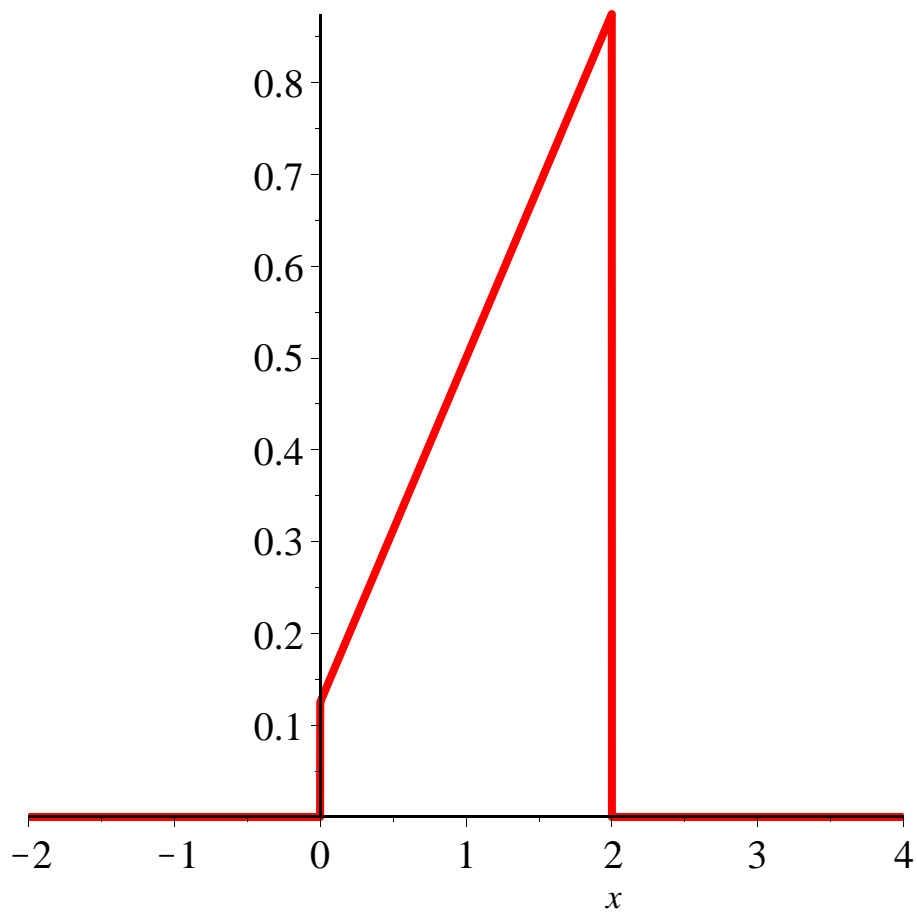
RESOLUCIÓN

restart

$$a) t := \text{piecewise}\left(x \geq 0 \text{ and } x \leq 2, \frac{1}{8} + x \cdot \frac{3}{8}, 0\right);$$

$$\begin{cases} \frac{1}{8} + \frac{3}{8}x & 0 \leq x \text{ and } x \leq 2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

plot(t, x = -2 .. 4, thickness = 3)



$$\text{b) } E(X) = \int_0^2 x \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{3x}{8} \right) dx$$

$$E(X) = \frac{5}{4}$$

(2)

c) Sea S la Pérdida esperada S

$$S = \begin{cases} 100 + x; & 0 < x < 1 \\ 200 + 5x; & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

Entonces

$$E(S) = \text{evalf} \left(\int_0^1 \left(\frac{1}{8} + \frac{3x}{8} \right) \cdot (100 + x) \, dx + \int_1^2 \left(\frac{1}{8} + \frac{3x}{8} \right) \cdot (200 + 5 \cdot x) \, dx \right)$$

$E(S) = 174.2500000$

(3)

d) La desviación estándar

$$v := \text{Var}(X) = \text{evalf} \left(\int_0^2 \left(\frac{1}{8} + \frac{3x}{8} \right) \cdot \left(x - \frac{5}{4} \right)^2 \, dx \right)$$

$\text{Var}(X) = 0.2708333333$

(4)

$$\text{Desv.Est} = \sqrt{0.270833}$$

$\text{Desv. Est} = 0.5204161796$

(5)

Desv.Est=0.5194