Series Trigonométricas de Fourier

La serie de Fourier de una función impar en el intervalo $(-p, p)$ es la **serie de senos:**

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n sen\frac{n\pi}{p} x$$

$$b_n = \frac{2}{p}\int_0^p f(x) sen\frac{n\pi}{p} x \, \mathrm{d}x$$

La serie de Fourier de una función par en el intervalo $(-p, p)$ es la **serie de cosenos:**

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\frac{n\pi}{p} x$$

$$a_o = \frac{2}{p}\int_0^p f(x) \cos\frac{n\pi}{p} x \, \mathrm{d}x$$

OBJETIVO.Obtención de los coeficientes, expansión y gráfica de la aproximación de la serie trigonométrica de Fourier de una función impar.

Problema 1. Sea la función $f(t) = t, \ -\pi < t < \pi$, obtener su expasión y gráfica en serie trigonométrica de Fourier.

Cargamos la librería de los gráficos y declaramos las funciones:

$with(plots):$

$f1 := t \rightarrow t:$

$p := \pi:$

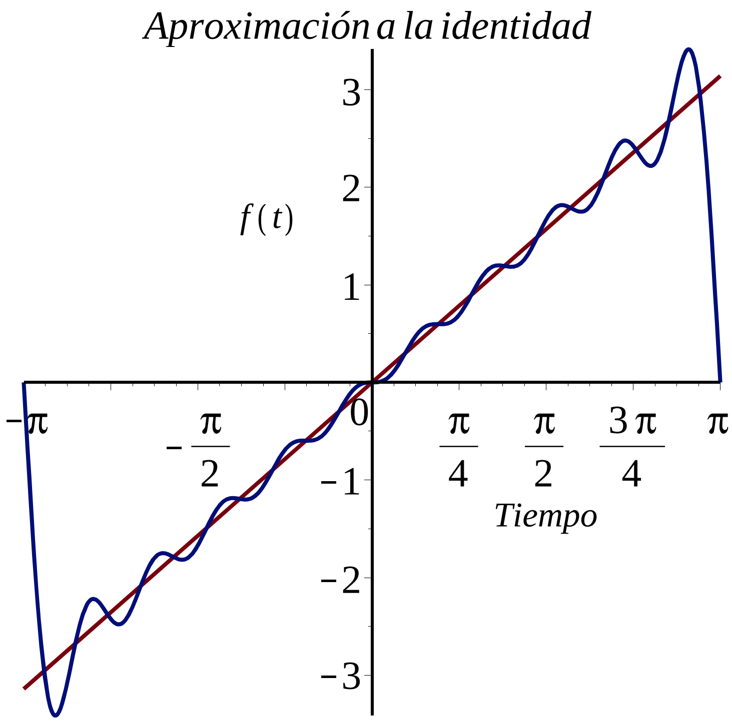
$$bn := \frac{2}{p} \cdot \int_0^p f1(t) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot t}{p}\right) \mathrm{d}t:$$

Se realiza una suma númerica mediante el comando de *evalf:*

$$f := evalf\left(Sum\left(bn \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{p} \cdot t\right), n = 1..10\right)\right):$$

Graficamos las funciones:

$plot([t, f(t)], t = -\mathrm{Pi}..\mathrm{Pi}, labels = ['Tiempo', 'f(t)'], title = 'Aproximación\ a\ la\ identidad')$


Aproximación a la identidad
f(t)
3
2
1
0
−1
−2
−3
−π
−π/2
π/4
π/2
3π/4
π
Tiempo