Dada la función $f(x, y) = 3x^2 - 2xy + 3y^2 + 8x - 8y + 5$. Determine la naturaleza de los puntos críticos de la función.

$f1 := 3 \cdot x^2 - 2 \cdot x \cdot y + 3 \cdot y^2 + 8 \cdot x - 8 \cdot y + 5$

$$3x^2 - 2xy + 3y^2 + 8x - 8y + 5 \quad \textbf{(1)}$$

Obtener los puntos críticos: $\nabla f = 0$

Primer derivada parcial respecto de 'x'.

$ec1 := diff(f1, x)$

$$6x - 2y + 8 \quad \textbf{(2)}$$

Primer derivada parcial respecto de 'y'.

$ec2 := diff(f1, y)$

$$-2x + 6y - 8 \quad \textbf{(3)}$$

$solve(\{ec1, ec2\}, \{x, y\})$

$$\{x = -1, y = 1\} \quad \textbf{(4)}$$

Valores de 'x' e 'y' resolviendo el sistema de ecuaciones (ec1 y ec2).

$subs(x = -1, y = 1, f1)$

$$-3 \quad \textbf{(5)}$$

$f(-1, 1) = -3$.

Criterio de la Segunda Derivada para determinar la naturaleza de los puntos críticos.

Segunda derivada parcial de *ec1* respecto de 'x'.

$diff(ec1, x)$

$$6 \quad \textbf{(6)}$$

Segunda derivada parcial de *ec2* respecto de 'y'.

$diff(ec2, y)$

$$6 \quad \textbf{(7)}$$

Segunda derivada parcial de *ec1* respecto de 'y'.

$diff(ec1, y)$

$$-2 \quad \textbf{(8)}$$

Segunda derivada parcial de *ec2* respecto de 'x'.

$diff(ec2, x)$

$$-2 \quad \textbf{(9)}$$

Se evalúa D(x,y), discriminante de la función, con las derivadas parciales para determinar la naturaleza del punto crítico.

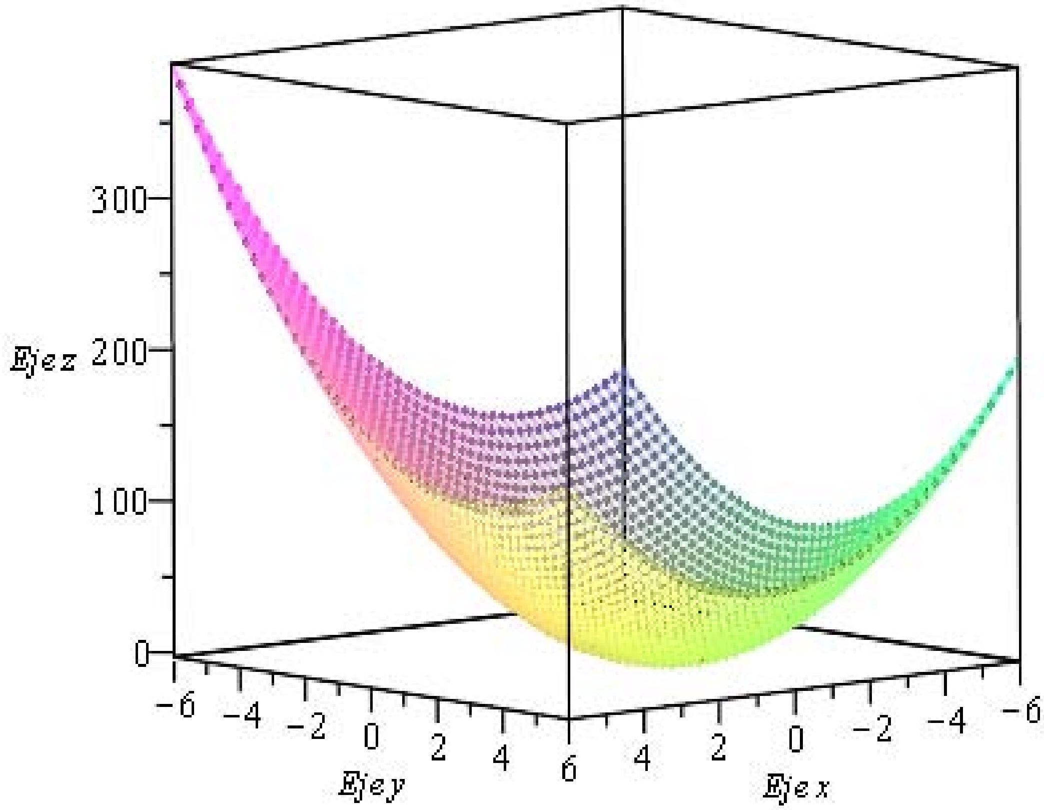
D(x,y)=$F_{xx} * F_{yy} - (F_{xy})^2$

$ec3 := 6 \cdot 6 - (-2)^2$

$$32 \quad \textbf{(10)}$$

Como D(x,y) > 0 y $(F_{xx}$ y $F_{yy})$ son mayores a 0, entonces se tiene que en P(-1,1-3) hay un mínimo local.

$g1 := plot3d(f1, x = -6 ..6, y = -6 ..6, labels = ['Eje\ x', 'Eje\ y', '\ Eje\ z'])$



Gráfica de la función $f(x, y) = 3\,x^2 - 2\,xy + 3\,y^2 + 8\,x - 8\,y + 5.$