Máximos y Mínimos

Ejemplo 2. Dada la función $z = 2(x^2 + y^2)e^{-x^2-y^2}$. ¿En dónde se encuentran los puntos críticos?

$z := 2(x^2 + y^2)\exp(-x^2 - y^2)$

$$2\left(x^2 + y^2\right) e^{-x^2 - y^2} \tag{1}$$

Solución.

Derivamos parcialmente la función z respecto a x

$ec1 := \frac{\partial}{\partial x}(z)$

$$4\,x\,e^{-x^2 - y^2} - 4\left(x^2 + y^2\right) x\,e^{-x^2 - y^2} \tag{2}$$

Derivamos parcialmente la función z respecto a y

$ec2 := \frac{\partial}{\partial y}(z)$

$$4\,y\,e^{-x^2 - y^2} - 4\left(x^2 + y^2\right) y\,e^{-x^2 - y^2} \tag{3}$$

$factor(ec1)$

$$-4\,x\,e^{-x^2 - y^2}\left(x^2 + y^2 - 1\right) \tag{4}$$

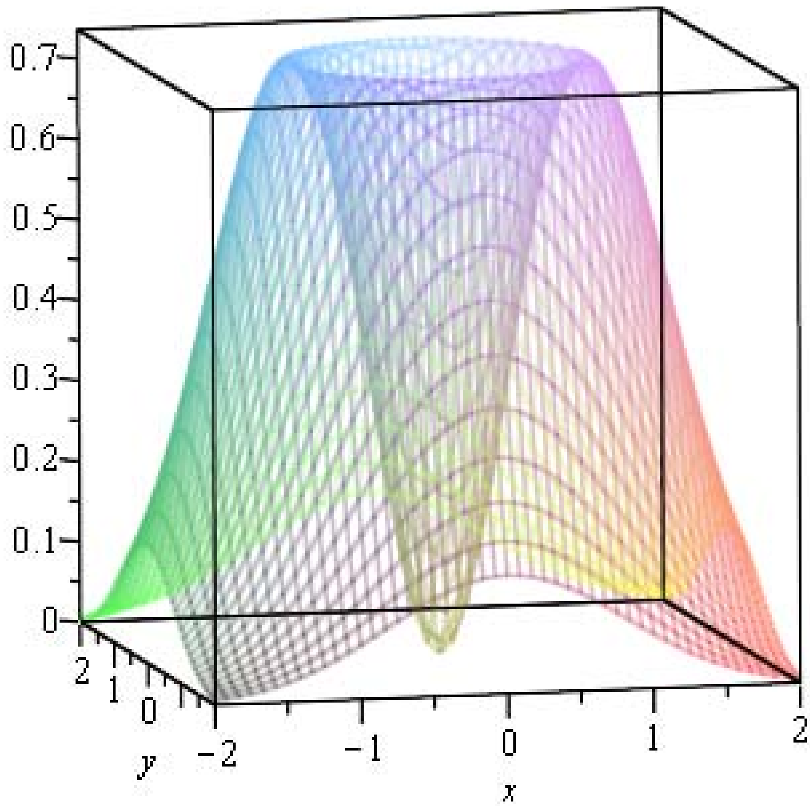
$factor(ec2)$

$$-4\,y\,e^{-x^2 - y^2}\left(x^2 + y^2 - 1\right) \tag{5}$$

$solve(\{ec1, ec2\}, \{x, y\})$

$$\{x = 0, y = 0\}, \{x = 1, y = 0\}, \{x = -1, y = 0\}, \{x = RootOf(\_Z^2 + y^2 - 1), y = y\} \tag{6}$$

$plot3d(z, x = -2\,..2, y = -2\,..2)$



Gráfica de la función $z = 2\left(x^2 + y^2\right) e^{-x^2 - y^2}$.

Podemos apreciar que las ecuaciones *ec1* , *ec2* se anulan si $x = y = 0$ *o si* $x^2 + y^2 = 1$. Esto es consistente con la gráfica anterior: los puntos del borde del cráter son puntos máximos y el origen es un punto mínimo.