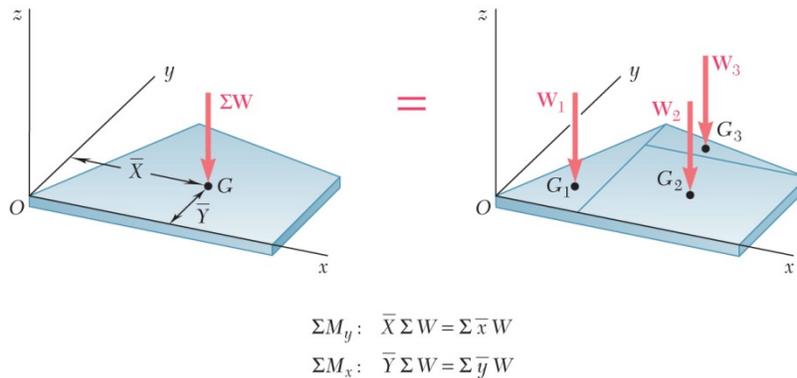


CENTROIDES



Copyright © The McGraw-Hill Companies, Inc.
Permission is required for reproduction or display.

Considerando la placa que puede ser dividida en n elementos pequeños. Las coordenadas del primer elemento son x_1 y y_1 , las del segundo elemento x_2 y y_2 , etc.

Las fuerzas ejercidas por la tierra sobre los elementos de la placa serán respectivamente W_1, W_2, \dots, W_n

Suponiendo que las fuerzas son paralelas, su resultante es una sola fuerza en la misma dirección. La magnitud W de esta fuerza se obtiene a partir de la suma de las magnitudes de los pesos de los elementos.

$$\Sigma F_z : W = W_1 + W_2 + \dots + W_n.$$

Para obtener las coordenadas X y Y del punto G donde debe aplicarse W , se escribe que los momentos de W con respecto a los ejes x e y son iguales a la suma de los momentos correspondientes de los pesos, esto es

$$\begin{aligned} \sum M_Y : \quad & \bar{x}W = x_1\Delta W_1 + x_2\Delta W_2 + \dots x_n\Delta W_n \\ \sum M_X : \quad & \bar{y}W = y_1\Delta W_1 + y_2\Delta W_2 + \dots y_n\Delta W_n \end{aligned} \quad (1)$$

Incrementando el número de elementos en los cuales se ha dividido la placa y simultáneamente se disminuye el tamaño de cada elemento se obtienen, en el límite, lo siguiente:

$$W = \int dW \qquad \bar{x}W = \int x dW \qquad \bar{y}W = \int y dW$$

Estas ecuaciones definen el peso W y las coordenadas x y y del centro de gravedad G de una placa plana.

En el caso de una placa plana homogénea de espesor uniforme, la magnitud $|W|$ del peso de un elemento de la placa puede expresarse como $W = \gamma t A$

γ -- peso específico (peso por unidad de volumen del material)

t -- espesor de la placa

A -- área del elemento

En forma similar se puede expresar la magnitud del peso de toda la placa como $W = \gamma t A$. (A es el área total de la placa)

Sustituyendo a W en las ecuaciones de momento (1) y dividiendo a todos los términos entre γt ,

$$\begin{aligned} \sum M_Y : \quad & \bar{x}A = x_1\Delta A_1 + x_2\Delta A_2 + \dots x_n\Delta A_n \\ \sum M_X : \quad & \bar{y}A = y_1\Delta A_1 + y_2\Delta A_2 + \dots y_n\Delta A_n \end{aligned}$$

Nuevamente, incrementando el número de elementos en los cuales se divide el área A y simultáneamente se disminuye el tamaño de cada elemento, se obtiene en el límite

$$\bar{x} A = \int x dA \qquad \bar{y} A = \int y dA$$

Estas ecuaciones definen las coordenadas x y y del dentro de gravedad de una placa homogénea. A estas coordenadas también se le conoce como el centroide C del área A de la placa.

Si la placa no es homogénea, estas ecuaciones no se pueden utilizar para determinar el centro de gravedad de la placa, sin embargo, éstas aún definen al centroide del área.

A la integral

$$\int x dA$$

Se le conoce como el primer momento del área A con respecto al eje y y se representa

$$Q_y = \int x dA$$

A la integral

$$\int y dA$$

Se le conoce como el primer momento del área A con respecto al eje x y se representa

$$Q_x = \int y dA$$

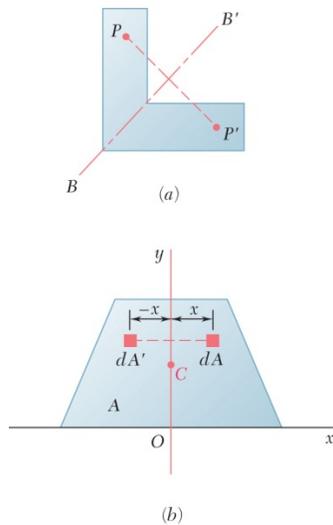
Se observa que los primeros momentos del área A pueden ser expresados como los productos del área con las coordenadas de su centroide.

$$Q_y = \bar{x} A$$

$$Q_x = \bar{y} A$$

Las coordenadas del centroide de un área pueden obtenerse al dividir los primeros momentos de dicha área entre el área misma.

Si un área posee dos ejes de simetría, su centroide C debe estar localizado en la intersección de esos dos ejes.

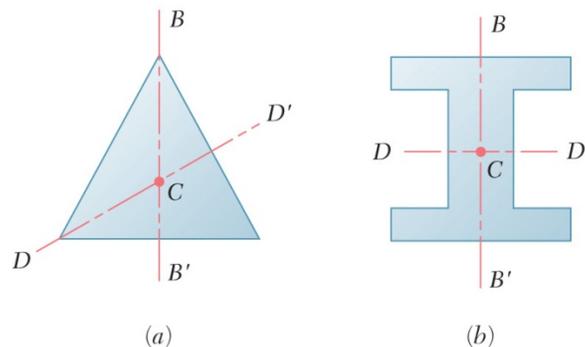


Copyright © The McGraw-Hill Companies, Inc. Permission is required for reproduction or display.

Si un área posee dos ejes de simetría, su centroide C debe estar localizado en la intersección de esos dos ejes

Una figura con dos ejes de simetría no necesariamente tiene un centro de simetría.

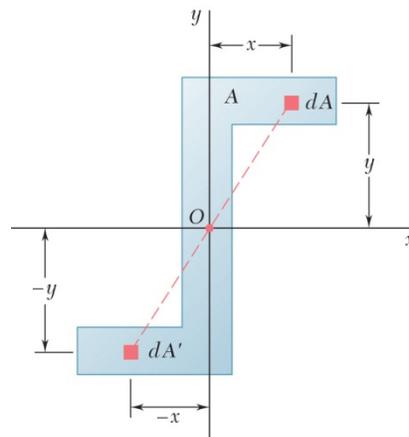
Si una figura posee dos ejes de simetría perpendiculares entre si, el punto de intersección de dichos ejes es un centro de simetría.



Copyright © The McGraw-Hill Companies, Inc. Permission is required for reproduction or display.

Si un área es simétrica con respecto a un centro O , el centroide del área coincide con su centro de simetría O .

Una figura con un centro de simetría no necesariamente posee un eje de simetría.



Copyright © The McGraw-Hill Companies, Inc.
Permission required for reproduction or display.

Ejemplo: determinar los primeros momentos con respecto a los ejes x e y y la ubicación de su centroide

