# Ejemplos ~~Básicos~~ MRU A. Combinado. 1 Difícil

1) Supóngase que una niña corre 100 m en dirección hacia el este en 30 s y, luego 100 m en dirección opuesta en 30 s. Obtenga el vector de velocidad media.

$$\vec{V}_{xo} = \left(\frac{100\,m}{30\,s}\right)\hat{\imath}, \quad \vec{V}_{xf} = \left(-\frac{100\,m}{30\,s}\right)\hat{\imath}$$

$$\Rightarrow \overline{\vec{V}_x} = \frac{\vec{V}_{xo} + \vec{V}_{xf}}{2} = \left(0\,\frac{m}{s}\right)\hat{\imath}$$

$$\Rightarrow \boxed{\overline{V}_x = 0\,\hat{\imath}\ m \cdot s^{-1}}$$

2) Supóngase que un niño corre 50 m hacia el norte en 10 s y luego de regreso otros 50 m en 10 s; Calcule la rapidez media del niño.

$$\vec{V}_{yo} = \left(\frac{50\,m}{10\,s}\right)\hat{\jmath}, \quad \vec{V}_{yf} = \left(-\frac{50}{10\,s}\right)\hat{\jmath}$$

$$\|\vec{V}_{yo}\| = \|\vec{V}_{yf}\| = \frac{50\,m}{10\,s}$$

luego rapidez media $= \dfrac{\|\vec{V}_{yo}\| + \|\vec{V}_{yf}\|}{2}$

$$\Rightarrow \text{rapidez media} = \frac{2\|\vec{V}_{yo}\|}{2} = \|\vec{V}_{yo}\| = \frac{5\cancel{0}\,m}{1\cancel{0}\,s}$$

$$\Rightarrow \boxed{\text{rapidez media} = 5\,m \cdot s^{-1}}$$

3) Una partícula experimenta una aceleración constante de $(3\,m \cdot s^{-2})\hat{\imath}$ durante 20 s; su velocidad inicial es $\vec{V}_{xo} = (15\,m \cdot s^{-1})\hat{\imath}$. Calcular:

a) la velocidad final $\vec{V}_{xf}$ cuando $t = 20\,s$

b) La distancia recorrida durante los 20 s.

recordando que si $\vec{a}$ y $\vec{v}$ están en la misma dirección se puede escribir

$$\vec{a}_x = \frac{\Delta V_x}{\Delta t} \Rightarrow a_x = \frac{V_{xf} - V_{xo}}{\Delta t}$$

de donde $V_{xf} = V_{xo} + a_x \Delta t$.

$$\Rightarrow V_{xf} = 15\,m \cdot s^{-1} + 3\,m \cdot s^{-2}(20\,s)$$

$$\boxed{V_{xf} = (75\,m \cdot s^{-1})\hat{\imath}}$$

luego podemos calcular la velocidad media.

$$\overline{\vec{V}_x} = \frac{\vec{V}_{xo} + \vec{V}_{xf}}{2} = \frac{(15 + 75)\,m \cdot s^{-1}}{2}$$

$$\overline{V}_x = (45\,m \cdot s^{-1})\hat{\imath}$$

finalmente como $\overline{\vec{V}_x} = \left\|\dfrac{(\vec{x}_f - \vec{x}_o)}{\Delta t}\right\|$

$$\Rightarrow \|\vec{x}_f - \vec{x}_o\| = \|\Delta \vec{r}\| = \overline{\vec{V}_x}\,\Delta t$$

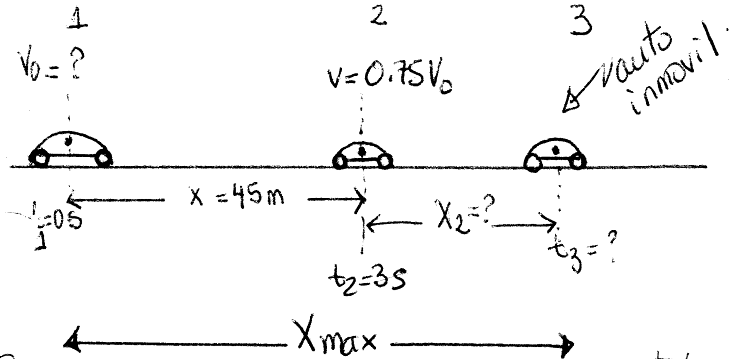
$$\Rightarrow \|\Delta \vec{r}\| = (45\,m \cdot s^{-1})(20\,s) = \boxed{900\,m}\,\hat{\imath}$$

4) En una prueba de frenado, un auto aplica los frenos durante 3 s y reduce su velocidad en 25%; al medir la distancia que recorrió en esos 3 s se concluye que recorrió 45 m. Supóngase una desaceleración cte.

a) Determinar la magnitud de la velocidad inicial en km/h

b) Calcular cuánto tiempo requiere el auto para detenerse.

c) Determinar cuál es la distancia que el auto recorrió antes de detenerse




Considerando un mov. MRUA todas las fórmulas básicas las podemos considerar escalares. Aunque ninguna de ellas resuelve directamente el prob.

Datos: $x = 0$, $t_2 = 3s$ $V_2 = 0.75\,V_0$, $X = 45m$

Usando $a_x = \frac{V_{xf} - V_{xo}}{\Delta t}$ (1) y

$$X_f = X_o + V_{ox}\Delta t + \frac{1}{2}a_x\Delta t^2 \quad (2)$$

⇒ Sustituyamos $a_x$ en (2)

$$X_f = X_o + V_{ox}\Delta t + \frac{1}{2}\left(\frac{V_{xf} - V_{xo}}{\Delta t}\right)\Delta t^2$$

$$X_f = X_o + V_{ox}\Delta t + \frac{(V_{xf} - V_{xo})\Delta t}{2}$$

$$= X_o + V_{ox}\Delta t + \frac{V_{xf}\Delta t}{2} - \frac{V_{ox}\Delta t}{2}$$

$$X_f = X_o + \frac{1}{2}V_{ox}\Delta t + \frac{V_{xf}\Delta t}{2}$$

luego como $X_o = 0$

$$X_f = \frac{(V_{ox} + V_{xf})\Delta t}{2}$$

$\Delta t = 3s$ y
$V_{xf} = \frac{3}{4}V_{ox}$
$X_f = 45m$

⇒ $45m = \frac{(V_{ox} + \frac{3}{4}V_{ox})(3s)}{2}$ ⇒ $90m = 1.75V_{ox}\cdot 3s$

∴ $V_{ox} = \frac{90\,m}{3s(1.75)} = 17.14\frac{m}{s} = \boxed{61.71\frac{Km}{h}}$

Luego puedo calcular la aceleración en el punto 2, como es cte será la misma en todo el trayecto.

$$a_x = \frac{V_{xf} - V_{xo}}{\Delta t} = \frac{0.75V_{ox} - V_{ox}}{3s}$$

$$a_x = -0.25V_{ox}/3s = \frac{-0.25(17.14\,m\,s^{-1})}{3s}$$

$$\boxed{a_x = -1.428\,m\cdot s^{-2}}$$

b) Usaremos ahora $V_{xf} = V_{x0} + a_x\Delta t$ suponiendo $V_{xf} = 0$ pues el auto se detiene en el punto 3.

⇒ $0 = V_{xo} + a_x\Delta t$

⇒ $\Delta t = \frac{-V_{xo}}{a_x} = \frac{-(17.14\,m\,s^{-1})}{(-1.428\,m\,s^{-2})}$

$$\boxed{\Delta t = 12s}$$

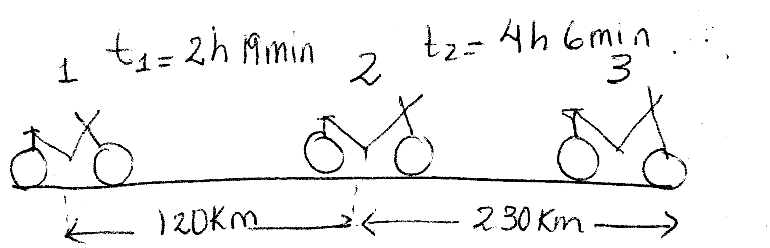
c) Usaremos $X_f = X_o + V_{ox}\Delta t + \frac{a_x\Delta t^2}{2}$

$$X_f = 0 + (17.14\,m\,s^{-1})(12s) + \frac{(-1.428\,m\,s^{-2})(12s)^2}{2}$$

$$X_f = 205.68\,m - 102.24\,m$$

$\boxed{X_f = 103.44m}$ distancia recorrida antes de detener el automóvil.

(5) En una competencia ciclista un competidor recorre en la 1ª etapa 120 Km en 2h 19min y en la segunda etapa 230 Km en 4h 6min. Calcular la velocidad media del ciclista en $\frac{Km}{h}$ considerando todo el trayecto.



La velocidad media se definió como:

$$\overline{V}_x = \frac{\vec{V}_{0x} + \vec{V}_{fx}}{2}$$ como el ciclista

tiene un MRUA esta ecuación es escalar a lo largo de $\hat{\imath}$

$$\Rightarrow \overline{V} = \frac{V_0 + V_f}{2}$$

en la 1ª etapa: $\overline{V}_1 = \frac{120 Km}{139 min}$

$$\Rightarrow \overline{V}_1 = 0.8633 \frac{Km}{min}$$

$$\overline{V}_1 = 51.79 \frac{Km}{h}$$

en la 2ª etapa: $\overline{V}_2 = \frac{230 Km}{246 min}$

$$\therefore \overline{V}_2 = 0.934 \frac{Km}{min} = 56.09 \frac{Km}{h}$$

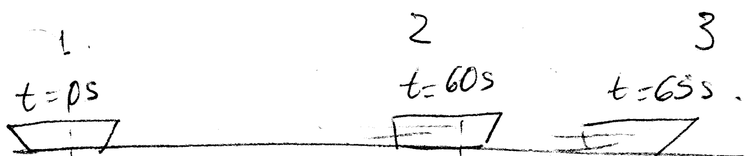
finalmente en todo el trayecto

$$\overline{V}_{trayecto} = \frac{\overline{V}_1 + \overline{V}_2}{2} = \boxed{53.94 \frac{Km}{h}} \hat{\imath}$$

6) Una lancha cuya velocidad inicial es de $0 \frac{Km}{h} \hat{\imath}$ tiene un desplazamiento en línea recta de $1500 m \hat{\imath}$ en $65 s$.

a) Determinar la aceleración de la lancha considerandola cte.

b) Calcular la velocidad de la lancha en $\frac{Km}{h}$ al cabo de $60 s$ de recorrido.




Consideremos que la lancha se sigue moviendo con $a = cte$

$\Rightarrow$ usemos $X_f = X_0 + V_{0x} \Delta t + \frac{1}{2} a_x \Delta t^2$

Como $X_0 = 0 m$ y $V_{0x} = 0 \frac{Km}{h}$

$\Rightarrow X_f = \frac{1}{2} a_x \Delta t^2$, usando $1500 m$ y $\Delta t$ $65 s$ quiero saber la aceleración

$$\Rightarrow \frac{2 X_f}{\Delta t^2} = a \Rightarrow \frac{2(1500 m)}{(65)^2} = a$$

$$a = 0.71 \frac{m}{s^2}$$

por lo que ahora podemos usar la expresión $V_{xf} = V_{x0} + a_x \Delta t$ con $V_{x0} = 0$ y $t = 60 s$

$$\Rightarrow V_{f_{t=60s}} = a (60 s)$$

$$V_f = (0.71 m \cdot s^{-2})(60 s) = 42.6 m \cdot s^{-1}$$

$$\boxed{V_f = 153 \frac{Km}{h}}$$

7) Un automóvil incrementa su velocidad inicial de $50 \frac{Km}{h} \hat{\imath}$ hasta $200 \frac{Km}{h}$ en tan solo $250 m \hat{\imath}$, debido a la aceleración cte que puede sostener en ese trayecto. El auto se mueve en línea recta.

a) Determine la aceleración del automóvil en $m \cdot s^{-2}$

b) Calcular el tiempo en el que alcanza los $200 \frac{Km}{h}$

1 $V_{ox} = 50\frac{Km}{h}$ $\quad$ $V_{xf} = 200\frac{Km}{h}$ 2

$t=0$ $\quad$ $t=?$

$x=0$ $\quad$ $x_f = 250m$

lo primero es convertir

$$V_{0x} = 50\frac{Km}{h} = 13.88\frac{m}{s}$$

$$V_{xf} = 200\frac{Km}{h} = 55.55\frac{m}{s}$$

luego usamos la ecuación

$$V_{xf}^2 = V_{x0}^2 + 2a_x(x_f - x_0)$$

$$\Rightarrow a = \frac{V_{xf}^2 - V_{x0}^2}{2(x_f - x_0)}$$

$$a = \frac{(55.55)^2 - (13.88)^2}{2(250m)}$$

$$\boxed{a_x = (5.786\ m\cdot s^{-2})\hat{\imath}} \quad (a).$$

b) $V_{xf} = V_{x0} + a_x \Delta t$

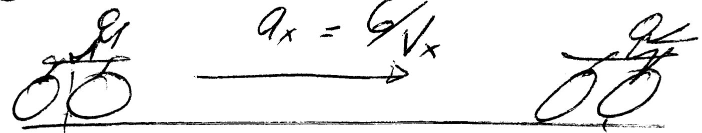
$$\Rightarrow \Delta t = \frac{V_{xf} - V_{x0}}{a_x}$$

$$\Delta t = \frac{(55.55 - 13.88)\, m\cdot s^{-1}}{5.786\ m\cdot s^{-2}}$$

$$\boxed{\Delta t = 7.2s}$$

(8) $V_0 = 100\ Km/h$ $\quad$ $V_f = ?$

$a_x = 6/V_x$



$t = 0s.$ $\quad$ $t_f = 45s$

$x = 0.$ $\quad$ $x_f = ?$

primero transformemos

$$V_0 = 100\frac{Km}{h} \text{ a } \frac{m}{s} = 27.77\frac{m}{s}$$

luego recordamos que

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} \quad ó$$

$$dt = \frac{dV_x}{a_x}$$

$$\int_0^{45s} dt = \int_{27.77\frac{m}{s}}^{V_f} \frac{dV_x}{a_x}$$

con $a_x = \frac{6}{V_x}$

$$\Rightarrow \int_0^{45s} dt = \int_{27.77}^{V_f} \frac{dV_x}{\frac{6}{V_x}} = \int_{27.77}^{V_f} V_x/6\ dV_x$$

$$\Rightarrow t\Big|_0^{45s} = \frac{1}{6}\left(\frac{V_x^2}{2}\Big|_{27.77}^{V_f}\right)$$

$$45s = \frac{1}{12}\left[V_x^2 - (27.77\, m/s)^2\right]$$

despejando $\boxed{V_x = 36.216\frac{m}{s}}$

Luego convertimos $36.216 \frac{m}{s}$ a $\frac{Km}{h}$ $\Rightarrow$ $\boxed{V_f = 130.37 \frac{Km}{h}}$

b) En términos escalares

$$V_x = \frac{dx}{dt} \quad y \quad a_x = \frac{dV_x}{dt}$$

$$\therefore dt = \frac{dx}{V_x} \quad y \quad dt = \frac{dV_x}{a_x}$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{V_x} = \frac{dV_x}{a_x} \quad \text{por lo que}$$

$$a_x \, dx = V_x \, dV_x$$

Integrando ambos lados

$$\int_0^x dx = \int_{27.77}^{36.21} \frac{V_x}{a_x} dV_x$$

pero $a_x = \frac{6}{V_x}$

$$\Rightarrow \int_0^x dx = \frac{1}{6} \int_{27.77}^{36.21} V_x^2 \, dV_x$$

$$\Rightarrow x = \left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{1}{3}\right) V_x^3 \Big|_{27.77}^{36.21}$$

$$x = \frac{1}{18}(47477.25 - 21415.97)$$

$$\boxed{x = 1447.87 m}$$

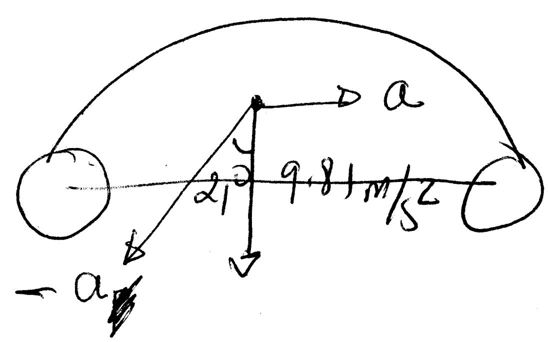
a) Si lo que se conoce es ángulo que separa la línea del hilo con respecto a la línea vertical y la $|\vec{g}| = 9.81 \frac{m}{s^2}$

Supóngase un $\theta = 21°$ sólo para calcular la aceleración del vehículo.

$$\Rightarrow \theta = \tan^{-1} \frac{a_p}{9.81 \, m/s^2}$$ ← aceleración horizontal de la partícula

$$\Rightarrow a_p = 9.81 \, m/s^2 \tan\theta \quad \text{con } 21°$$

$$\Rightarrow a_p = 9.81 \tan 21° = 3.765 \frac{m}{s^2}$$



(9) Movimiento tipo MRUA

$\Rightarrow V_x = 245(1+0.002x)^{1/3} \quad \left[\frac{Km}{h}\right]$

Por otro lado, sabemos que

$V_x = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dt = \frac{dx}{V_x}$

$\Rightarrow \int_0^t dt = \int_0^x \frac{1}{V_x} dx$

donde $X_0 = 0$ y en esa posición inicial $V_{x_0} = 245$ km/h

$\Rightarrow t = \int_0^x \frac{1 \quad dx}{245(1+0.002x)^{1/3}}$

$t = \frac{1}{245} \int_0^x (1+0.002x)^{-1/3} dx$

$t = \frac{1}{245}\left(\frac{1}{0.002}\right) \int_0^x 0.002(1+0.002x)^{-1/3} dx$

$t = \frac{1}{245}\left(\frac{1}{0.002}\right) \left[(1+0.002x)^{2/3} / 2/3\right]_0^x$

$t = \frac{1}{245}\left(\frac{1}{0.002}\right)\left(\frac{3}{2}\right)\left[(1+0.002x)^{2/3}\right]_0^x$

$t = 3.06122 \left[(1+0.002x)^{2/3} - (1+\cancel{0})^0\right]$

$t = 3.06122 \left[(1+0.002x)^{2/3} - 1\right]$

Despejemos x

$\frac{t}{3.06122} = (1+0.002x)^{2/3} - 1$

$\left(\frac{t}{.06122} + 1\right)^{3/2} = 1 + 0.002x$

$\left(\frac{t}{3.06122} + 1\right)^{3/2} - 1 = X \quad —(1)$

Si transcurre 2h $t = 2h$

$\Rightarrow$ sustituimos en (1)

$\boxed{X = 562.940 \text{ Km}}$ ; 562,940 m

b) Determine la $\vec{a}$ cuando $t = 0s$

$a_x = \frac{dV_x}{dt} = \frac{d(245(1+0.002x)^{1/3})}{dt}$

y $V_x = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dt = \frac{dx}{V_x}$

$\Rightarrow a_x = \frac{dV_x}{\frac{dx}{V_x}} = V_x \frac{dV_x}{dx}$ en general en todo el trayecto

$\Rightarrow \frac{dV_x}{dx} = \frac{d}{dx} 245(1+0.002x)^{1/3}$

$\frac{dV_x}{dx} = \frac{d}{dx} 245\left(\frac{1}{3}\right)(1+0.002x)^{-2/3}$

$= 0.1633(1+0.002x)^{-2/3}$

pero la aceleración en $X=0$ con $t = 0h$ es $a_0$

$\Rightarrow a_0 = V_{0x} \frac{dV_x}{dx}$

$a_0 = V_0\left(0.1633(1+0.002x)^{-2/3}\right)$

pero para $a_0$, $X = 0$ Km

$\Rightarrow a_0 = V_0\left(0.1633(1)^{-2/3}\right)$

$a_0 = 245(0.1633) \frac{KM}{h^2}$

$a_0 = 39.935 \frac{Km}{h^2} = \boxed{0.0031 \frac{m}{s^2}}$

c) Calcular en cuantos minutos recorre los primeros 400Km a partir de $t = 0h$ y $x = 0m$

Usamos la expresión que encontramos para el tiempo

$$t = 3.06122\,[(1+0.002x)^{2/3} - 1]$$

y sustituimos $x = 400Km$

$$\Rightarrow t = 3.06122\,[1.47966 - 1)$$

$$t = 1.46837h = \boxed{88.1 min}$$