Observaciones sobre el MRUA

De la ecuación general.

$$X_f = X_0 + V_0 t + \frac{a t^2}{2}$$ que podemos reescribir

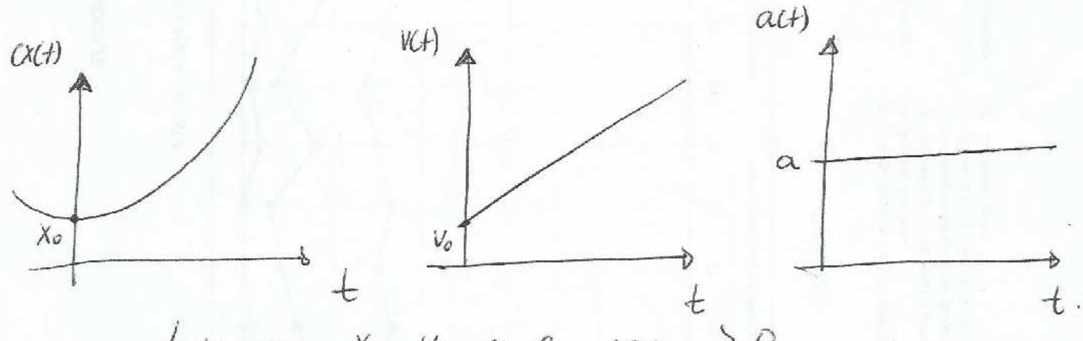
como $X_f(t)$ si conocemos la posición de la partícula para todo $t \Rightarrow$

$$X(t) = X_0 + V_0 t + \frac{a t^2}{2}$$ y luego como

Obs. $\vec{V}(t) = \frac{d x(t)}{dt} = V_0 + a t$ y

$$a(t) = \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = a$$

Si Graficamos $x(t)$, $v(t)$ y $a(t)$ Vs t obtenemos :



dado que X_0, V_0 y a son > 0

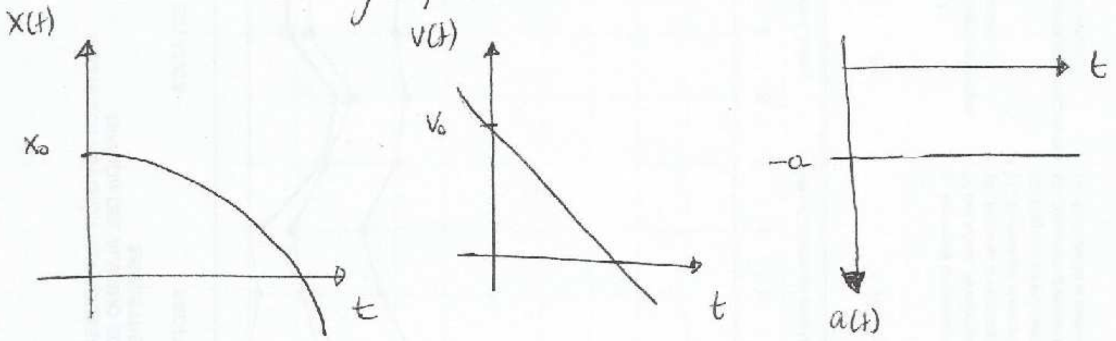
Ahora supongamos una aceleración negativa y una velocidad inicial, V_0, positiva

$$\Rightarrow X(t) = X_f = X_0 + V_0 t - \frac{a t^2}{2}$$

$$V(t) = V_0 - a t$$

$$a(t) = -a$$

sus gráficas se ven ahora como:



finalmente observemos las unidades de los coeficientes en la ecuación cuadrática

$$X(t) = X_0 + V_0 t + a\frac{t^2}{2}$$

término indp. [m]

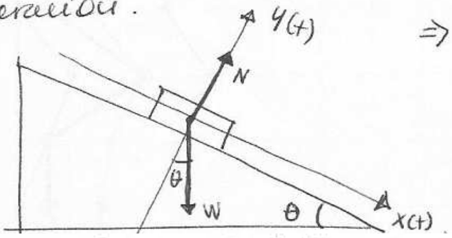
término lineal $[m \cdot s^{-1}]$

término cuadrático. $[m \cdot s^{-2}]$

Ahora analizaremos casos muy conocidos del MRUA.

Caso 1a) El plano inclinado sin fricción

Suponga un cuerpo de masa m que se coloca sobre un plano inclinado, un ángulo θ, sin fricción. Obtenga su aceleración.



$$\Rightarrow \sum F_y = 0$$

$$N - W\cos\theta = 0$$

$$N = W\cos\theta$$

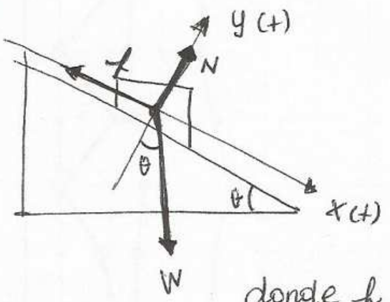
$$\sum F_x = ma$$

$$W \operatorname{sen}\theta = ma$$

de donde $\boxed{a = g \operatorname{sen}\theta}$

Caso 1b) El plano inclinado con fricción.

Suponga el mismo cuerpo que en el caso 1(a) pero ahora existe fricción entre el plano y el cuerpo. Obtenga la aceleración del cuerpo.



$$\sum F_y = 0.$$

$$N - W\cos\theta = 0$$

$$\Rightarrow N = W\cos\theta.$$

$$\sum F_x = ma$$

$$W\operatorname{sen}\theta - f = ma$$

donde f es fricción dinámica por estar en movimiento $\Rightarrow f = f_D = N\mu_D$

$$\Rightarrow W\operatorname{sen}\theta - W\cos\theta\,\mu_D = ma$$

$$\therefore \boxed{a = g\,(\operatorname{sen}\theta - \cos\theta\,\mu_D)}$$

¡NOTA!

El plano inclinado es un caso de MRUA pues su aceleración es una componente de la "g" y ∴ es constante, además de que el objeto se desliza sobre una trayectoria recta.

Caso 2. "Caída Libre"

Si se lanza un objeto ya sea hacia arriba o hacia abajo y de alguna forma se pudiera eliminar los efectos del aire en su vuelo, se encontraría que el objeto acelera hacia abajo con una cierta razón cte, llamada aceleración en caída libre, **g**. El valor de g en estas condiciones NO depende de:

a) la masa, b) densidad o c) forma del objeto que cae.

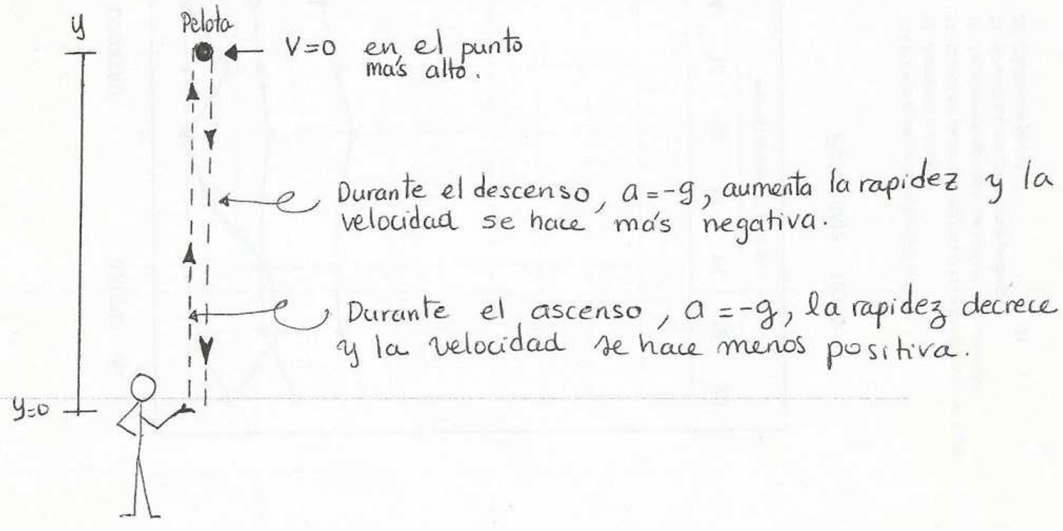
Nota1: El valor de **g** varía ligeramente con la latitud y con la elevación. A nivel del mar $g = 9.81\, m\, s^{-2}$ $(32\, ft/s^2)$

Nota 2: Convención: las direcciones de movimiento ahora son verticales, con el eje Y positivo hacia arriba y Y negativo hacia abajo. Por lo tanto $g = -9.81\, m/s^2$ donde el signo menos indica la dirección de g.

Ejemplo

Un pitcher de béisbol lanza una pelota hacia arriba a lo largo de un eje Y con una rapidez inicial de $12\, m/s$.

(a) ¿Cuánto tarda la pelota en llegar a su máxima altura?



Solución del Ejemplo

Una idea básica es que una vez que la pelota es lanzada y antes de que regrese, su $a = -g$, y ∴ cte así que podemos usar las fórmulas:

$$V = V_0 + at$$
$$x - x_0 = V_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$
$$V^2 = V_0^2 + 2a(x - x_0)$$
$$x - x_0 = \frac{1}{2}(V_0 + V)t$$
$$x - x_0 = Vt - \frac{1}{2} a t^2$$

usemos ⇒ $V = V_0 + at$ ⇒ $\frac{V - V_0}{a} = t = \frac{0 - 12\,m/s}{-9.8\,m/s^2} = \boxed{t = 1.25}$

b) ¿Cuál es la máxima altura de la pelota arriba de su punto de lanzamiento? Podemos reescribir la ecuación $V^2 = V_0^2 + 2a(x - x_0)$ en términos del eje Y y ⇒ queda:

$V^2 = V_0^2 + 2a(y - y_0)$ usando $y_0 = 0$.

$$y = \frac{V^2 - V_0^2}{2a} = \frac{0 - (12\,m/s)^2}{2(-9.8\,m/s^2)} = \boxed{7.3\,m}$$

c) ¿Cuánto tarda la pelota en llegar a un 5m arriba de su punto de lanzamiento?

Podemos usar $\underbrace{y - y_0}_{\substack{\text{desplazamiento} \\ 5m}} = V_0 t + \frac{1}{2} \underset{-g}{a} t^2$

$$\Rightarrow y - y_0 = V_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$
$$5\,m = (12\,m/s)t - \left(\frac{1}{2}\right)(9.81\,m/s^2)t^2$$

podemos escribir $4.9t^2 - 12t + 5.0 = 0$

⇒ $t = 0.53\,s$ y $t = 1.9\,s$

tiempo hacia arriba

tiempo cuando pasa a 5m hacia abajo.