# Fuerzas en el Espacio

I) Una fuerza en el espacio tiene componentes $F_x, F_y, F_z$ las notaciones que usaremos son:

$\vec{F} = (F_x, F_y, F_z)$ ← notación vectorial

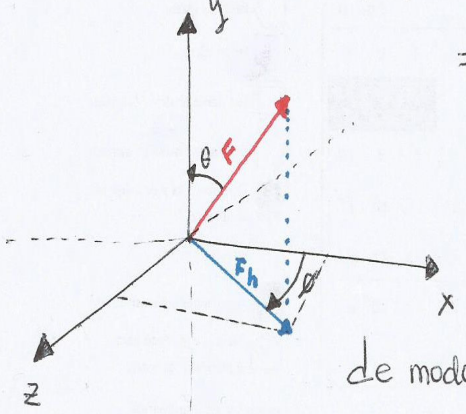
$\vec{F} = (F\cos\alpha, F\cos\beta, F\cos\gamma)$ ← Notación Polar

$\vec{F} = F_x\hat{\imath} + F_y\hat{\jmath} + F_z\hat{k}$ ← Notación cartesiana

donde $\cos\alpha$, $\cos\beta$, y $\cos\gamma$ se llaman cosenos directores del vector $\vec{F}$ en el espacio.

II) Para obtener las 3 componentes espaciales de un vector $\vec{F}$ se tienen varias opciones, en función de la información que se tenga sobre el vector F, por ejemplo:

Opcion 1: Se conoce la inclinación $\theta$ de $\vec{F}$ respecto de y y su $\phi$ de su proyección horizontal ($F_h$).




$\Rightarrow$ $F_h = F\operatorname{sen}\theta$ por lo que

Si $F_x = F_h\cos\phi = (F\operatorname{sen}\theta)\cos\phi$.

y $F_z = F_h\operatorname{sen}\phi = F\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi$

$F_y = F\cos\theta$

de modo que en notación polar podemos escribir:

$$\boxed{\vec{F} = (\underbrace{F\operatorname{sen}\theta\cos\phi}_{F_x}, \underbrace{F\cos\theta}_{F_y}, \underbrace{F\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}\phi}_{F_z})}$$

Opcion 2: Si conocemos almenos dos de los cosenos directores de F entonces usando la expresión:

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$ podemos conocer el tercer coseno director de $\vec{F}$.

* Los cosenos directores se definen como: El ángulo que forma $\vec{F}$ respecto ala parte positiva de cada eje coordenado. Es decir, que los ángulos directores miden de 0 a 180° máximo.

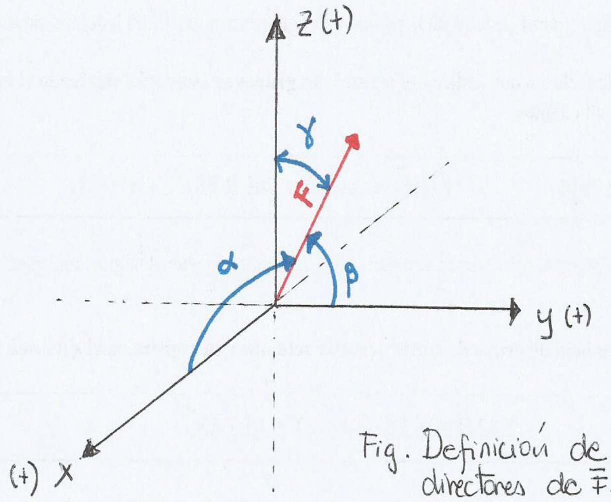
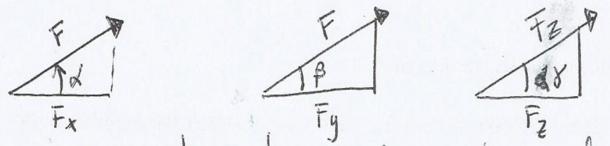



Fig. Definición de los ángulos directores de $\vec{F}$.

Nota: Lo de cosenos directores proviene del hecho de que cada angulo director esta dentro de un triángulo rectangulo:



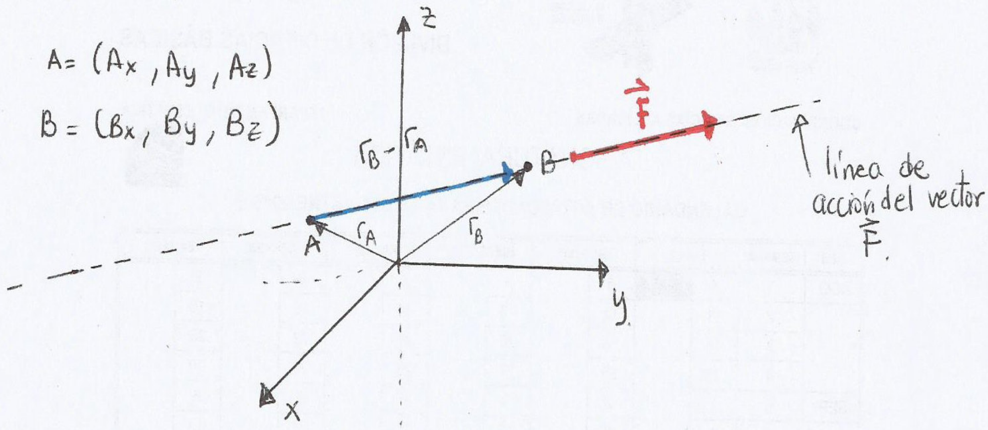

y como para todo triangulo rectangulo $\cos = \frac{C.a}{h}$

$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{F_x}{F}$ $\quad \cos\beta = \frac{F_y}{F}$ $\quad \cos\gamma = \frac{F_z}{F}$

Opción 3 Si conocemos dos puntos en el espacio por los cuales pase la línea de acción del vector $\vec{F}$.

$A = (A_x, A_y, A_z)$

$B = (B_x, B_y, B_z)$




$$\Rightarrow \quad d = \sqrt{(B_x-A_x)^2+(B_y-A_y)^2+(B_z-A_z)^2}$$

$$d_x = B_x - A_x$$

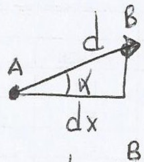
$$d_y = B_y - A_y$$

$$d_z = B_z - A_z$$

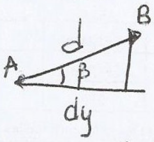
luego $F_x = F\dfrac{d_x}{d}$, $F_y = \dfrac{F d_y}{d}$, $F_z = \dfrac{F d_z}{d}$

también de la información de $|\vec{d}|$ se puede obtener:

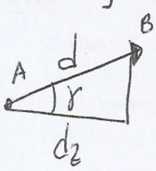
$$\cos\alpha = \frac{d_x}{d}$$




$$\cos\beta = \frac{d_y}{d}$$

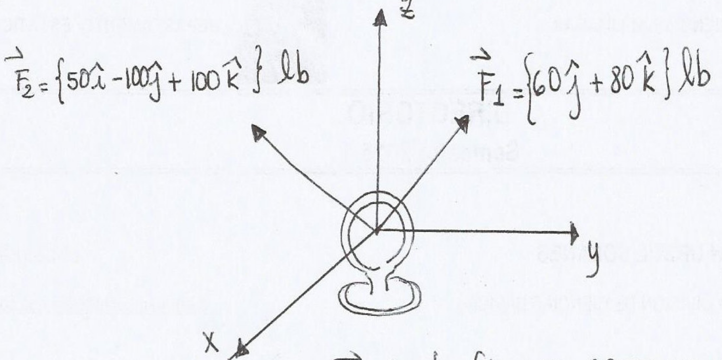



$$\cos\gamma = \frac{d_z}{d}$$

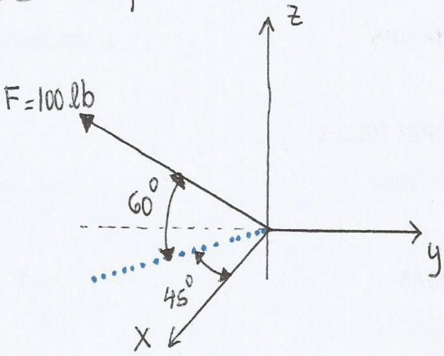


# Ejercicios de Práctica sobre fuerzas en 3D.

① Determine la magnitud y los ángulos directores de la fuerza resultante que actúa sobre el anillo de la figura:




② Exprese la fuerza $\vec{F}$ de la figura como un vector cartesiano.




③ Exprese la fuerza $\vec{F}$ como un vector cartesiano.