



Tema 5, Distribuciones de probabilidad para variable aleatoria continua. Autores: Guillermo Casar Marcos y Marco Antonio Gómez Ramírez.

1.- Se ha comprobado que el tiempo de vida de cierto tipo de marcapasos sigue una distribución exponencial con media de 16 años.

- a).- ¿Cuál es la probabilidad de que a una persona a la que se le ha implantado este marcapasos se le deba reimplantar otro antes de 20 años
b).- Si el marcapasos lleva funcionando correctamente 5 años en un paciente, ¿cuál es la probabilidad de que haya que cambiarlo antes de 25 años?

Respuestas: a) 0.7135 b) 0.522

2.- Una empresa eléctrica fabrica focos ahorradores que tienen una duración, antes de fundirse, que se distribuye normalmente con una media igual a 10,000 horas y una desviación estándar de 500 horas. Encuentre la probabilidad de que un foco ahorrador se funda:

- a) Entre 9,725 y 10,425 horas.
b) Cuando llegue a 10,725 horas o más.

Respuestas: a) 0.5112 b) 0.0735

3.- La duración de un láser semiconductor a potencia constante tiene una distribución normal, con media de 7,000 horas y desviación típica de 600 horas

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que el láser falle antes de 5,000 horas?
b) ¿Cuál es la duración en horas excedida por el 95% de los láseres?

Respuestas: a) 0.004 b) 6010 horas

4.- En el Centro de Investigación y Registro Sísmico de la Ciudad de México en un día determinado se detectan tres sismos en una hora. Si se termina de detectar un sismo, cuál es la probabilidad de que:

- a) Transcurran cuando menos 10 minutos antes de que se detecte el siguiente sismo.
b) No pasen más de 5 minutos antes de detectar el siguiente sismo.

Respuestas: a) 0.6065 b) 0.2212

5.- Una masa radiactiva emite partículas a razón de 15 partículas por minuto.
En algún punto inicia un reloj.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que transcurran cinco segundos antes de la siguiente emisión?
b) ¿Cuál es la media del tiempo de espera hasta la siguiente partícula?

Respuestas: a) 0.2865 b) 4 segundos

6.- Los tiempos de vida de las baterías en cierta aplicación se distribuyen normalmente con media de 50 horas y desviación estándar de cinco horas.

a) Determine la probabilidad de que se elija aleatoriamente una batería que dure entre 39 y 53 horas.

b) ¿Qué valor es adecuado para C, de tal manera que una aplicación elegida aleatoriamente tenga una batería con duración menor que C, con una probabilidad de 0.8734?

Respuestas; a) 0.7118 b) $C = 55.7$

7.- El costo de mantenimiento de un equipo está dado por la función $C(x) = 30x + 2x^2$, en pesos. El tiempo para el mantenimiento del equipo sigue una función Gamma con parámetros $\alpha = 3$ y $\beta = 2$.

a) Determinar el tiempo esperado para el mantenimiento y su desviación estándar correspondiente.

b) determinar la probabilidad de que el tiempo de mantenimiento sea mayor a 8 minutos.

c) Calcular el costo esperado del mantenimiento.

Respuestas: a) $\mu_x = 6$ y $\sigma_x = 12$ b) 0.2381 c) 276 pesos.

8.- Se sabe que la contaminación producida por productos quirúrgicos tiene un comportamiento semejante a una distribución Log-normal con parámetros: $\mu = 3.2$ y $\sigma = 1$.

Determinar las siguientes probabilidades: a) que exceda 8 partes por millón, b) que tenga cuando mucho 10 partes por millón y c) que este entre 6 y 12 partes por millón.

Respuestas: a) 0.8686 b) 0.1841 c) 0.1565

9.- El funcionamiento de una máquina extractora de fluidos tiene un comportamiento que se puede modelar con una distribución Weibull con parámetros: $\beta = 3$ y $\alpha = 0.2$.

Determinar las siguientes probabilidades: a) $P(x > 3)$, b) $P(x \leq 5)$ y c) $P(2 < x \leq 4)$.

Respuestas: a) 0.3678 b) 0.6696 c) 0.051

10.-Nueve de componentes electrónicos fallan de acuerdo con el siguiente número de horas: 0.22, 0.5, 0.88, 1, 1.33, 1.54, 1.76, 2.5 y 3.

Aplique la distribución Log-normal y determine: a) la media y la desviación estándar correspondientes, b) los parámetros α y β , c) Calcule la probabilidad de que uno de esos componente dure de 3 a 5 horas.

Respuestas: a) $\bar{X} = 0.1236$, $S_x = 0.7675$, b) $\alpha = 1.5987$ y $\beta = 1.6711$ c) 0.0751